Entwurf einer Matlab-Toolbox zur Simulation und Visualisierung des Abstrahlverhaltens von Quellen und Quellsystemen

Projektarbeit für Elektrotechnik- Toningenieur

durchgeführt von

Ralf Baumgartner

Institut für Breitbandkommunikation
der Technischen Universität Graz

Betreuer: Dipl.-Ing. Holger Hiebel (TU Graz)

Graz, im Mai 2010

Abstract

In the fields of developement, design and application of loudspeakers as well as in sound reinforcement, simulations and their appropriate visualisation of the directivity patterns and the radiation behaviour of sources is essential for several reasons. In this work a Matlab toolbox is developed which enables simulations on the basis of complex superposition of farfield data of each source. Subsequently the results can be visualized with different types of plots.
Therefore, the theoretical foundations are described briefly for a further discussion of the validity limits of the used far field assumptions and the resultant simulations.
To round the work off, three typical applications with a short explanation of the toolboxes' syntax are explained.

Zusammenfassung

Die Simulation und Visualisierung von Schallquellen und deren Abstrahleigenschaften ist aus verschiedensten Gründen bei der Entwicklung, dem Design wie auch der Verwendung von Lautsprechern und Beschallungsanlagen von Nöten. In dieser Arbeit wird zu diesem Zweck eine Matlab Toolbox entwickelt, mit der in einfacher Weise die Simulationen mittels komplexer Superposition von Fernfelddaten der einzelnen Quellen durchgeführt und die Ergebnisse in verschiedenen Arten sichtbar gemacht werden können.
Als Grundlagen dafür werden die theoretischen Hintergründe kurz erläutert. Davon ausgehend wird auf die Grenzen der Gültigkeit der für die Superposition verwendeten Fernfelddaten und der damit gemachten Simulationen eingegangen.
Abschließend werden drei typische Anwendungen der entwickelten Matlab Toolbox mit einer Erklärung der Syntax gezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**
1.1 Aufgabenstellung . . . 1

2 Theoretische Grundlagen **3**
2.1 Das Superpositionsprinzip . . . 3
2.2 Schallabstrahlung von ebenen Flächen . . . 3
2.3 Fernfeldbedingungen . . . 6
2.3.1 Nah- Fernfeldverhalten einer kreisrunden Membran . . . 8
2.4 Richtverhalten idealer Quellen . . . 11
2.4.1 Kugelquelle . . . 11
2.4.2 Linienquelle und Rechteckstrahler . . . 12
2.4.3 Kreisrunde Membran . . . 15

3 Radiation Toolbox **19**
3.1 Konzept und Programmstruktur . . . 19
3.1.1 Source - Klasse . . . 19
3.1.2 Smetadata - Klasse . . . 22
3.1.3 Radiator - Klasse . . . 23
3.1.4 Compdata - Klasse . . . 23
3.2 Vilsualisierungsmethoden . . . 25
3.2.1 3D Balloon . . . 26
3.2.2 2D Polardiagramme . . . 30
3.2.3 Isobaren . . . 31
3.2.4 SPL Flächen . . . 32
3.2.5 Frequenzantwort . . . 33
3.2.6 Impulsantwort . . . 34
3.2.7 Wasserfalldiagramm . . . 35
3.3 Beispielsimulationen . . . 36
3.3.1 Kombinationen von Monopolen . . . 36
3.3.2 Weichendesign einer zwei-Wege-Box . . . 40
3.3.3 Simulation eines Line Arrays . . . 47
3.4 Zusammenfassung und Ausblick . . . 54

4 Anhang **55**
4.1 Code zu 3.1 . . . 55
4.2 Code zu 3.2 . . . 56
4.3 Code zu 3.3 . . . 59

1 Einleitung

Die Beschreibung der Abstrahleigenschaften von Quellen und Quellsystemen steht mehr und mehr auf Grund komplexerer Systeme und vielseitigeren Anforderungen im Mittelpunkt der Betrachtungen. Vor allem durch die Verwendung der, mitlerweile aus den Kinderschuhen entwachsenen, Digitaltechnik entstehen unterschiedlichste Möglichkeiten beim Eingriff in das Abstrahlverhalten von Quellen und Quellsystemen. Frequenzabhängige Richtcharaktere sind eine der wichtigsten Punkte für die Qualität des betrachteten Systems, sei es beim Entwurf von Frequenzweichen oder beim Design von Großbeschallungsanlagen.
Da mathematisch bei den meisten Systemen die Wellenausbreitung nur auf Achse geschlossen analytisch berechnet werden kann, greift man zur Beschreibung des übrigen Feldes entweder auf numerische Verfahren, wie BEM und FEM zurück oder benutzt Näherungen, die die Beschreibungsmöglichkeiten zwar einschränken, die benötigten Berechnungszeiten jedoch um ein Vielfaches verringern. Schnelle Simulationen und Abschätzungen können so realisiert werden.
Aus der Beschallungstechnik sind solche Softwarelösungen, die in der Regel lediglich Markengebunden angeboten werden, nicht mehr weg zu denken und sichern so eine Klangqualität, die durch morderne Beschallungskonzepte (z.B. Line Arrays) und deren fachgerechte Installation in den letzten Jahren erst möglich wurde. Beim Entwurfsprozess von Frequenzweichen, der vor allem durch den Unterschied zwischen konventionellen IIR und FIR Filtern vielseitiger wurde, setzen sich solche Mittel jedoch erst langsam durch. So ist das Ziel dieses Projektes eine Matlab-Toolbox, auf dem Konzept der Quellsuperposition von komplexen Fernfelddatensätzen beruhend, zu entwickeln, die möglichst vielseitig die Anforderungen der oben genannten Aufgaben erfüllt.
Ein besonderes Augenmerk lag dabei auf dem Verzicht einer Markenbindung sowie der Möglichkeit mit unterschiedlichsten Datensätzen und deren vielseitigen Visualisierungsvarianten zu arbeiten.

1.1 Aufgabenstellung

Es soll ein Matlab-Tool zur Darstellung der Schallabstrahlung einer oder mehrerer Schallquellen entstehen. Für beliebig viele Quellen sollen

- Position im globalen Koordinatensystem (x,y,z)
- Ausrichtung im Raum (eta,phi,theta)
- Frequenzgang und Abstrahlcharakteristik (basierend auf Frequenzgang-Messdaten verschiedener Abstrahlwinkel)
- sowie eine Filterfunktion (als Filterkoeffizienten der Übertragungsfunktion)

definiert werden können. Die Schallabstrahlung (Betrag und Phase des resultierenden, überlagerten Schalldruckes) soll in verschiedenen Darstellungsarten möglich sein.

Gegebenenfalls soll weiters:

Die Schallabstrahlung von typischen Lautsprecher-Konfigurationen im Hinblick auf übliche und sinnvolle minimal- und linearphasige Filter sowie Allpass-Filter etc. untersucht werden.
Ein Vergleich der Resultate mit bekannten Ergebnissen analytischer Rechnungen aus der Literatur (Line-Array, Mehrwegebox mit Linkwitz-Riley Filterfunktionen) soll durchgeführt werden. Dabei sollen vernachlässigt werden:

- Beugung des Schalls einer Quelle an den anderen Quellen
- Reflexion an Wänden und anderen Begrenzungsflächen

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Berechnung eines Schallfeldes, das von einer schwingenden Fläche abgestrahlt wird, erörtert. Darauf aufbauend können dann mathematische Voraussetzungen für eine Fernfeldbetrachtung und die Angaben der Richtverhalten von Quellen unterschiedlicher Geometrie erarbeitet werden. Am Beispiel einer kreisrunden Membran werden abschließend die Folgen einer Verletzung der Fernfeldbedingungen aufgezeigt und so Grenzen der Gültigkeit der Näherungen in der Praxis angegeben.

2.1 Das Superpositionsprinzip

Schallfelder und deren Quellen werden meist über ein Differentialgleichungssystem beschrieben. Allgemein gilt für die Wellenausbreitung die bekannte Formulierung, in Abhängigkkeit des Schalldrucks p, der Schallgeschwindigkeit c und der Zeit t (homogen):

$$\Delta p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{1}$$

Solange man sich der, in der Akustik meist stillschweigend benutzten, Linearisierung der Adiabatengleichung bedient, können Schallquellen und deren emittierte Wellen als lineare Systeme, beschrieben durch oben genannte lineare Differentialgleichung, betrachtet werden. Stellen demnach ψ_i und ψ_{i+1} zwei verschiedene Lösungen der oben genannten Differentialgleichung dar, so kann das Superpositionsprinzip verwendet werden um das resultierende Schallfeld aus den beiden einzelnen zu errechnen, so dass verallgemeinert gilt:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot \psi_i \tag{2}$$

Diese Vorgehensweise stellt die Grundlage für alle Berechnungen in der später beschriebenen Simulation dar. So werden Einzelquellen und deren komplexwertige Schallfelder in jedem gewünschten Raumpunkt superponiert, um das resultierende Schallfeld zu erhalten.

2.2 Schallabstrahlung von ebenen Flächen

Die meisten in der Praxis vorkommenden Schallquellen sind Flächen, die auf Grund ihrer Schwingungen Schallfelder erzeugen. Die grundlegenden Eigenschaften dieser Quellen und deren Auswirkungen werden nun kurz hergeleitet und besprochen [Moes09]. Zur Beschreibung dieser Beziehungen kann man sich, wegen der (vorausgesetzten) Linearität der vorhandenen Systeme, den Mitteln der Signalverarbeitung, im speziellen dem Satz von Fourier bedienen. So können Schwingungen und Wellen nicht nur aus zeitlichen sondern auch aus örtlichen Teilschwingungen/-wellen synthetisiert oder in diese zerlegt werden. Die

Operation der Fourtransformation kann demnach auch örtlich durchgeführt werden:

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-jkx} dx \tag{3}$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{jkx} dk \quad . \tag{4}$$

Im zweidimensionalen Fall, also bei zweidimensionalen Geometrien, erhält man dann:

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-jkx} e^{-jky} dx dy \tag{5}$$

$$f(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) e^{jkx} e^{jky} dk_x dk_y \tag{6}$$

Betrachtet man nun der Einfachheit halber zuerst eine ebene Schallquelle in $z = 0$, für die $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ gilt und geht man weiters davon aus, dass der Schnelleverlauf der Quelle $v(x,0) = v_0 e^{jkx}$, also eine nach unten laufende Welle, sei, erhält man aus der Wellengleichung (im Kartesischen)

$$\Delta p + k_0^2 p = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 p = 0 \tag{8}$$

Mit der Wellenzahl in Luft $k_0 = \frac{\omega}{c}$, der Wellenzahl des Strahlers k, dem Schalldruck p und der Folgerung, dass der Schalldruckverlauf gleich geartet sein muss wie dessen Ursache, also der Form $p(x,z) = f(z)e^{jkx}$ entsprechen muss, folgt daraus

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + (k_0^2 - k^2) f = 0 \tag{9}$$

mit der Lösung

$$p(x,z) = p_0 e^{-jk_r z} e^{jkx} \quad . \tag{10}$$

Dabei ist $k_r = \sqrt{k_0^2 - k^2}$.
Anhand der gewählten Randbedingungen mit $z = 0$ und $v(x,0) = v_0 e^{jkx}$ kann durch das Eulersche Trägheitsgesetzt der Akustik die Schnelle $v(x,z)$ und somit p_0 berechnet werden.

$$v(x,z) = \frac{j}{\omega \rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \tag{11}$$

$$= \frac{kr}{\omega \rho_0} p_0 e^{-jk_r z} e^{jk_r x} \tag{12}$$

$$p_0 = \rho_0 c \frac{k_0}{k_r} v_0 \tag{13}$$

So erhält man für den allgemeinen Schalldruckverlauf

$$p(x,z) = \rho_0 c \frac{k_0}{k_r} e^{-jk_r z} v_0 e^{jkx} \quad . \tag{14}$$

Wird nun der Schnelleverlauf der Quelle nicht mit $v(x,0) = v_0 e^{jkx}$ angenommen. sondern als beliebige Schnelle $v(x)$ betrachtet, kann diese nach Fourier wieder aus verschiedenen Teilschwingungen synthetisiert

werden:

$$v(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)e^{jkx}dk \tag{15}$$

$$V(k) = \int_{-\infty}^{\infty} v(x)e^{-jkx}dx \tag{16}$$

bzw. zweidimensional:

$$v(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)e^{jkx}dk \tag{17}$$

$$V(k_x,k_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} v(x,y)e^{-jkx}e^{-jky}dxdy \quad . \tag{18}$$

In Gleichung(14) kann damit die zu Beginn angenommene Schnelle allgemein umgeschrieben werden (zweidimensional) zu

$$p(x,z) = \rho_0 c\frac{k_0}{k_r}e^{-jk_r z}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)e^{jkx}dk \tag{19}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)\rho_0 c\frac{k_0}{k_r}e^{-jk_r z}e^{jkx}dk \tag{20}$$

Bei genauerer Betrachtung und der gewählten formalen Umstellung ist zu erkennen, dass der Term im Integral die Fouriertransformierte des Schalldruckverlaufs darstellt.

$$p(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)\rho_0 c\frac{k_0}{k_r}e^{-jk_r z}e^{jkx}dk \tag{21}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P(k)e^{jkx}dk \tag{22}$$

Mit Hilfe des Faltungstheorems kann nun gezeigt werden, dass der resultierende Schalldruckverlauf entweder eine Faltung der Mediumsimpulsantwort $h(x,z)$ mit dem Schnelleverlauf der Quelle oder das Produkt der jeweils fouriertransformierten ist. Somit gilt:

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P(k)e^{jkx}dk \tag{23}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V(k)\cdot H(k)e^{jkx}dk \tag{24}$$

$$h(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(k,z)e^{jkx}dk \quad . \tag{25}$$

Für die in weiterer Folge diskutierten Zusammenhänge benötigte Impulsantwort des Lufthalbraumes auf eine dirac-förmige Anregung $v = \delta(x)$ kann so angegeben werden zu [ASt70]

$$h(x,z) = \frac{1}{2}\rho_0 c k_0 H_0^{(2)}(k_0\sqrt{x^2+z^2}) \tag{26}$$

Der Lufthalbraum reagiert also auf eine Anregung eines solchen Linienmonopols mit einer Hankelfunktion $H_0^{(2)}$ nullter Ordnung, zweiter Art (für auslaufende Wellen). Im folgenden Abschnitt kann nun diese Ausbreitungsfunktion der angeregten Welle unter bestimmten Vorraussetzungen vereinfacht und so das Verhalten im sog. Fernfeld betrachtet werden.

2.3 Fernfeldbedingungen

Wie im letzten Abschnitt hergeleitet, erhält man eine Ausbreitungsfunktion der auslaufenden Welle, also einer, die sich radial von der Quelle wegbewegt. Diese Hankelfunktion hängt mit Bessel- (J_0) und Neumnann- (N_0) funktion über folgende Beziehung zusammen:

$$H_0^{(2)}(x) = J_0(x) - jN_0(x) \quad . \tag{27}$$

Diese Funktionen stellen einfache und schwach abklingende Verläufe, vor allem bei größer werdenden

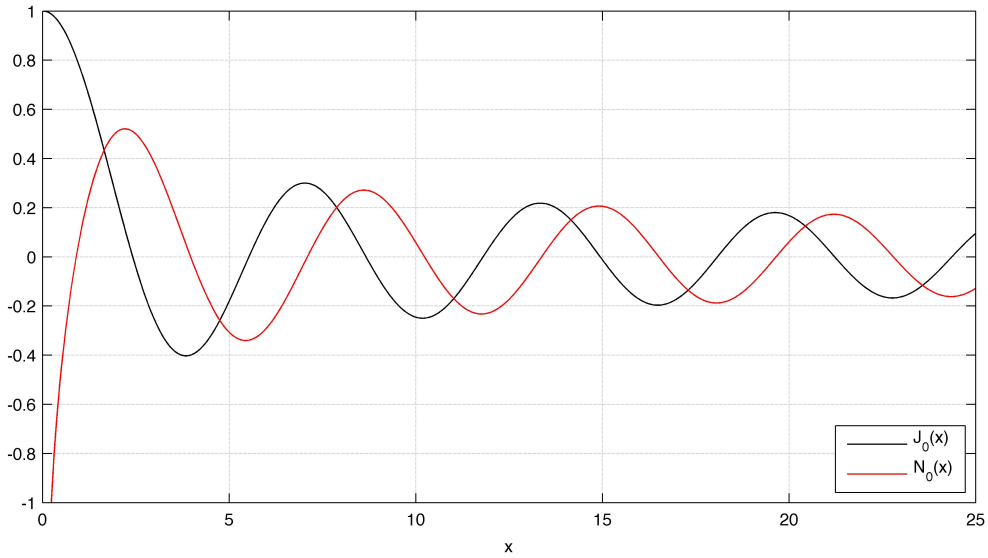

Abbildung 1: Hankel Funktion nullter Ordnung

Argumenten dar [Moes09]. So liegt es nahe die Hankelfunktion zu vereinfachen, um eine einfachere Betrachtung des Schallfeldes zu erreichen. Mit der Bedingung großer Argumente ($x >> 1$) kann so die gültige Näherung verwendet werden:

$$H_0^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{j\pi/4} e^{-jx} \tag{28}$$

also mit $k_0 r = k_0\sqrt{x^2 + z^2} >> 1$

$$H_0^{(2)}(k_0 r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{j\pi/4} e^{-jk_0 r} \quad . \tag{29}$$

Deutet man diese Bedingung, erkennt man, dass der betrachtete Aufpunkt im Bezug zur abgestrahlten Wellenlänge weit weg von der Quelle sein muss.

$$\frac{R}{\lambda} >> 1 \tag{30}$$

Als zweite Anforderung für eine Betrachtung im Fernfeld kann die Bedingung genannt werden, dass das Verhältnis von Mittelpunktsabstand und minimalem Quellabstand zwischen Quelle und Aufpunkt nur vernachlässigbar gering vom Normalwinkel abhängig sein darf. Der Mittelpunktsabstand soll also

repräsentativ für die Quell-Aufpunkts-Entfernung über den gesamten betrachteten Winkelbereich sein. Es muss demnach

$$R >> l \tag{31}$$

gelten (Höhe der Quelle: l). So kann unter Einhaltung der Fernfeldbedingung in der Einhüllenden des Ausbreitungsterms (Gleichung (29)) der Quellabstand durch den Mittelpunktsabstand R ersetzt werden:

$$H_0^{(2)}(k_0 r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} e^{j\pi/4} e^{-jk_0 r} \quad . \tag{32}$$

Im Gegensatz zur Einhüllenden kann im Argument der Quellabstand r nicht durch die Mittelpunktsentfernung R ersetzt werden. Anders als bei der Einhüllenden, bei der das Verhältnis $r/R \approx 1$ maßgebend war, entscheidet hier die Differenz $k_0(r-R)$ der beiden Abstände, die trotz $r/R \approx 1$ erheblich sein kann, über die Gültigkeit der Näherung. Verwendet man geometrische Überlegungen erhält man mittels Kosinussatz:

$$r^2 = R^2 + x_Q^2 - 2x_Q R\cos(90-\vartheta) \tag{33}$$

$$\frac{r}{R} = \sqrt{1 + \frac{x_Q^2}{R^2} - 2\frac{x_Q}{r}\sin\vartheta} \quad . \tag{34}$$

Mit der getroffenen Annahme, dass $x_Q << R$ gilt, kann der quadratische Term vernachlässigt werden. Eine nachfolgende Taylorreihenentwicklung nach $2\frac{x_Q}{R}$, abgebrochen nach dem quadratischen Glied, liefert dann:

$$\frac{r}{R} \approx 1 - \frac{1}{2}(2\frac{x_Q}{R}\sin\vartheta) - \frac{1}{8}(2\frac{x_Q}{R}\sin\vartheta)^2 \quad . \tag{35}$$

Da die Differenz $k_0(r-R)$ relevant ist, erhält man:

$$k_0(r-R) \approx k_0 x_Q sin\vartheta - \frac{1}{2}(2\frac{x_Q^2}{R}\sin^2\vartheta) \quad . \tag{36}$$

Damit nun auch hier der quadratische Term vernachlässigbar klein wird, muss folgende dritte Fernfeldbedingung gelten:

$$\frac{R}{l} >> \frac{l}{\lambda_0} \quad . \tag{37}$$

Durch diese Beziehung erhält man

$$k_0 r \approx k_0 R - k_0 x_Q \sin\vartheta \tag{38}$$

und schließlich die vollständige Fernfeldnäherung der Greenschen Funktion (Gl. (29))

$$H_0^{(2)}(k_0 r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} e^{j\pi/4} e^{-jk_0 R} e^{-jk_0 x_Q \sin\vartheta} \quad . \tag{39}$$

Als Druckverlauf im Fernfeld kann schlussendlich

$$p_{fern}(R,\vartheta) = \rho_0 c\sqrt{\frac{k_0}{2\pi R}}e^{j\pi/4}e^{-jk_0R}\int_{-\infty}^{\infty} v(x_Q)e^{jk_0x_Q\sin\vartheta}dx_Q \tag{40}$$

angegeben werden.
Geht man in der Praxis von einem Fernfeldverhalten der Quelle bei Messungen oder Simulationen aus, so müssen die drei Bedingungen

$$R >> l \tag{41}$$

$$\frac{R}{\lambda} >> 1 \tag{42}$$

$$\frac{R}{l} >> \frac{l}{\lambda_0} \tag{43}$$

erfüllt sein. Ist dies nicht der Fall, entstehen in der Messung sowie der Simulation teils gravierende Fehler (siehe Abschnitt 2.3.1).

2.3.1 Nah- Fernfeldverhalten einer kreisrunden Membran

Welche Fehler bei der Verletzung der Fernfeldbedingungen bei der Extrapolation von Schallfeldern entstehen wird anhand eines kurzen praktischen Beispieles deutlich (vgl. [Moes07] und [ZZ93]):
Betrachtet man eine ideale, kreisrunde Membran in der xy-Ebene (siehe Abbildung 2) und berechnet den

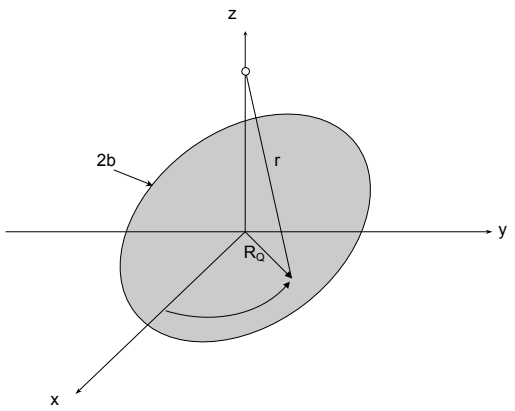

Abbildung 2: Kreisrunde Membran

Schalldruckverlauf auf Achse vor der Quelle für verschiedene Frequenzen erhält man folgende Ergebnisse:
Aus den Gleichungen (19)-(22) ergibt sich für den drei dimensionalen Fall erst allgemein Gl. (44) und

dann für die kreisrunde Membran in Polarkorrdinaten Gl.(45)

$$p(x,y,z) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi}\int_S\int v(x_Q,y_Q)\frac{e^{-jk_0r}}{r}dx_Q dy_Q \tag{44}$$

$$p = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi}\int_S\int \frac{e^{-jk_0r}}{r}R_Q dR_Q d\varphi_Q \quad . \tag{45}$$

Nutzt man nun die radiale Symmetrie, wenn lediglich der Schalldruckverlauf auf Achse benötigt wird, kann das allgemeine Flächenintegral mit $r = \sqrt{R_Q^2 + z^2}$ zu

$$p = \frac{j\omega\rho_0 v_0}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^b \frac{e^{-jkr}}{r}R_Q dR_Q d\varphi_Q \tag{46}$$

$$p = j\omega\rho_0 v_0 \int_z^{\sqrt{b^2+z^2}} e^{-jku}du = \rho_0 c v_0 (e^{-jkz} - e^{-jk\sqrt{b^2+z^2}}) \tag{47}$$

vereinfachen.
Mit Hilfe der Substitutionen

$$u = \sqrt{R_Q^2 + z^2} \tag{48}$$

$$du = \frac{R_Q dR_Q}{\sqrt{R_Q^2 + z^2}} \tag{49}$$

$$R_Q = 0 \rightarrow u = z \tag{50}$$

$$R_Q = b \rightarrow u = \sqrt{b^2 + z^2} \tag{51}$$

kann Gleichung (46) gelöst werden

$$p = \rho_0 c v_0 e^{-j2\pi z/\lambda}(1 - e^{-j2\pi(\sqrt{b^2+z^2}-z)/\lambda}) \quad . \tag{52}$$

Bei genauerer Diskussion der Lösung ist zu erkennen, dass der axiale Druckverlauf Nullstellen bei $z = z_0$

$$(\sqrt{b^2 + z_0^2} - z_0)/\lambda = n \tag{53}$$

aufweist.
Formt man (53) so um, dass man die Lage der Nullstellen in Bezug zur abgestrahlten Wellenlänge angibt, erhält man folgende Beziehung:

$$\frac{z_0}{\lambda} = \frac{(b/\lambda)^2 - n^2}{2n} \quad . \tag{54}$$

Es entstehen nach Gleichung (54) Nullstellen im Druckverlauf für alle geradzahligen Werte für n bis der Zähler größer null also $n < (b/\lambda)$ ist. Das Verhältnis (b/λ) gibt demnach die Anzahl der Nullstellen bei fester Quellgeometrie und betrachteter abgestrahlter Wellenlänge an. Die am weitesten von der Membran entfernte Nullstelle ist dann:

$$z_{max}/\lambda \approx \frac{1}{2}(b/\lambda)^2 \quad . \tag{55}$$

Für alle Aufpunkte $z > z_{max}$ entstehen keine ausbreitungsbedingten Nullstellen mehr und der Druckverlauf folgt der Fernfeldnäherung. Setzt man $z >> b$ voraus, dann gilt:

$$\sqrt{z^2+b^2} = z\sqrt{1+(b/z)^2} \approx z(1+\frac{b^2}{2z^2}) = z + \frac{b^2}{2z} \tag{56}$$

$$p_{fern} \approx \rho_0 c v_0 e^{-j2\pi z/\lambda}(1-e^{-j\pi\frac{b^2}{\lambda z}}) \quad . \tag{57}$$

Nimmt man weiters die dritte Fernfeldbedingung an, so erhält man:

$$p_{fern} = j\rho_0 c v_0 \frac{b^2\pi}{\lambda z} e^{-j2\pi z\lambda} = j\rho_0 \omega v_0 \frac{b^2}{z} e^{-j2\pi z\lambda} \tag{58}$$

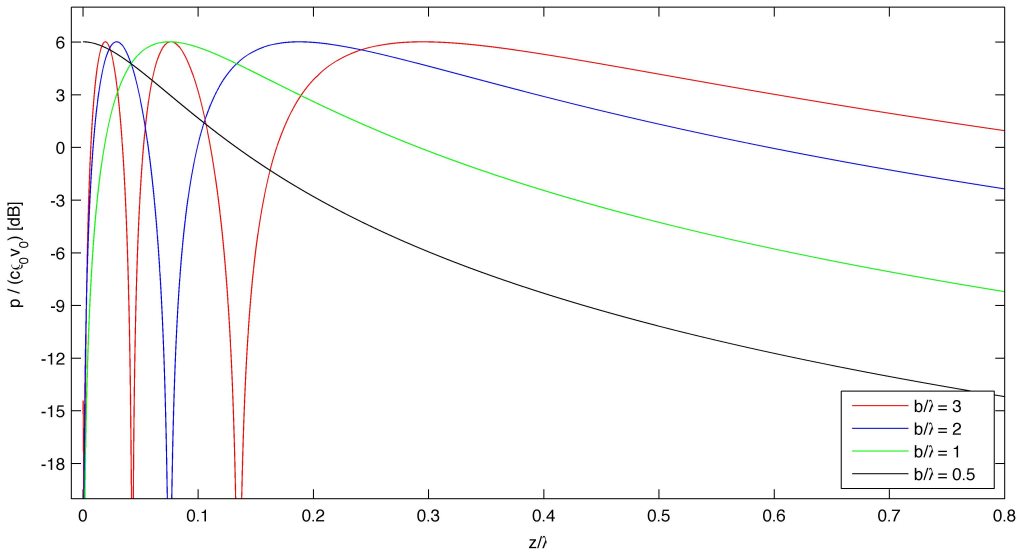

Abbildung 3: Schalldruckverlauf einer kreisrunden Membran auf Achse

In der Praxis bedeuten diese vorangegangenen Beziehungen und Folgerungen, dass bei Messungen und Simulationen die hergeleiteten Fernfeldnäherungen nicht verletzt werden dürfen, sofern realitätsnahe und nachmessbare Ergebnisse erzielt werden sollen. Welche schwerwiegenden Fehler gemacht werden können, wenn Messdaten, die innerhalb des Fernfeldabstandes (also im Nahfeld) gemessen wurden, verwendet werden, um Schallfelder und Druckverläufe an anderen Raumpunkten zu errechnen, ist offensichtlich. Dass auch bei Simulationen innerhalb des Fernfeldabstandes mittels Fernfelddaten erhebliche Fehler gemacht werden, da keinerlei Nullstellen in den Simulationen auftreten können, ist eine weitere wichtige Folge.

Bei der Programmierung von Simulationen stellt sich also die Frage, ab wann Fernfeldnäherungen gültig sind, das heißt, ab wann die Bedingungen eingehalten werden und mit welchem Verhältnis die “>>“ Beziehungen in den Forderungen der Gl. (41-43) konkret ersetzt werden können. Es kann gezeigt werden, dass ein Faktor $f = 5$ den Fehler vernachlässigbar klein werden lässt. “Lockerere“ Fehlertoleranzen erlauben einen Faktor $f = 2$.

Zur Verdeutlichung der Entfernungen, in denen die Fernfeldnäherungen Gültigkeit besitzten, können beispielhaft für zwei feste Quellgrößen (hier: kreisrunde 18“-Membran und kreisrunde 2“-Membran) die

validen Frequenzbandbreiten für einen festen Messradius von z.B. 5 Meter angegeben werden zu (mit $c = 344m/s$):

Membrandurchmesser	$f_{g,untere}$ in Hz	$f_{g,obere}$ in Hz
18”	344	1647
2”	344	13330

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die, den Fernfeldbedingungen zu Grunde liegende Ausbreitungsfunktion, die hier für den zwei dimensionalen Fall hergeleitet wurde, im drei dimensionalen eine sphärische Hankelfunktion nullter Ordnung darstellt [Wil99], so dass alle abgeleiteten Beziehungen und Näherungen analog dazu gezeigt werden können.

2.4 Richtverhalten idealer Quellen

Im folgenden werden die in der Praxis wichtigsten Quellen anhand ihrer Ausbreitungsterme und der daraus resultierenden Richtfunktionen kurz erläutert.

2.4.1 Kugelquelle

Wie im vorherigen Abschnitt erläutert, stellt die sphärische Hankelfunktion nullter Ordnung (h_0) die Greensche Funktion eines Monopols dar [Wil99].

$$h_0(x) = \frac{e^{jx}}{jx} \tag{59}$$

Geht man nun von einer unendlich kleinen Quelle aus, kann der Ausbreitungsterm h_0 zu der bekannten Form $\frac{1}{r}e^{-jkr}$ genähert werden. Die Quelle besitzt keinerlei Richtwirkung.
Dieses Ergebnis kann auch durch plausible Überlegungen gestützt werden [Moes07]:
Mit der Annahme einer radial nach außen laufenden Welle, so wie der Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes, kann für eine ungerichtete Schallabstrahlung folgender Druckverlauf angegeben werden (Druck p, Amplitude A, Radius r, Wellenzahl k):

$$p = \frac{A}{r} \cdot e^{-jkr}$$

Anhand des Trägheitsgesetzes der Akustik kann dann die Amplitude A mit der Näherung, dass die Quelle in ihren Ausmaßen vernachlässigbar klein gegenüber der abgestrahlten Wellenlänge ist, ersetzt werden zu (Quellschnelle v_a, Quellradius a, Luftdichte ρ, Kreisfrequenz ω):

$$p = \frac{j\omega\rho v_a a^2}{r} \cdot e^{-jkr}$$

2.4.2 Linienquelle und Rechteckstrahler

Um die Abstrahlcharakteristik einer planaren Quelle, wie sie Linien- oder Rechteckstrahler sind, zu beschreiben, bedient man sich der oben hergeleiteten Zusammenhänger der Fourierakustik ([Wil99] und [Moes07]). Betrachtet man die Quelle als gefensterte Schnellequelle, stellt die Fouriertransformierte des Fensters die Abstrahlcharakteristik im Fernfeld dar. So kann eine endliche Linienquelle als ein Rechteckfenster der ideal unendlichen Linienquelle gesehen werden. Die eindimensionale Fouriertransformierte ist somit eine Spaltfunktion.

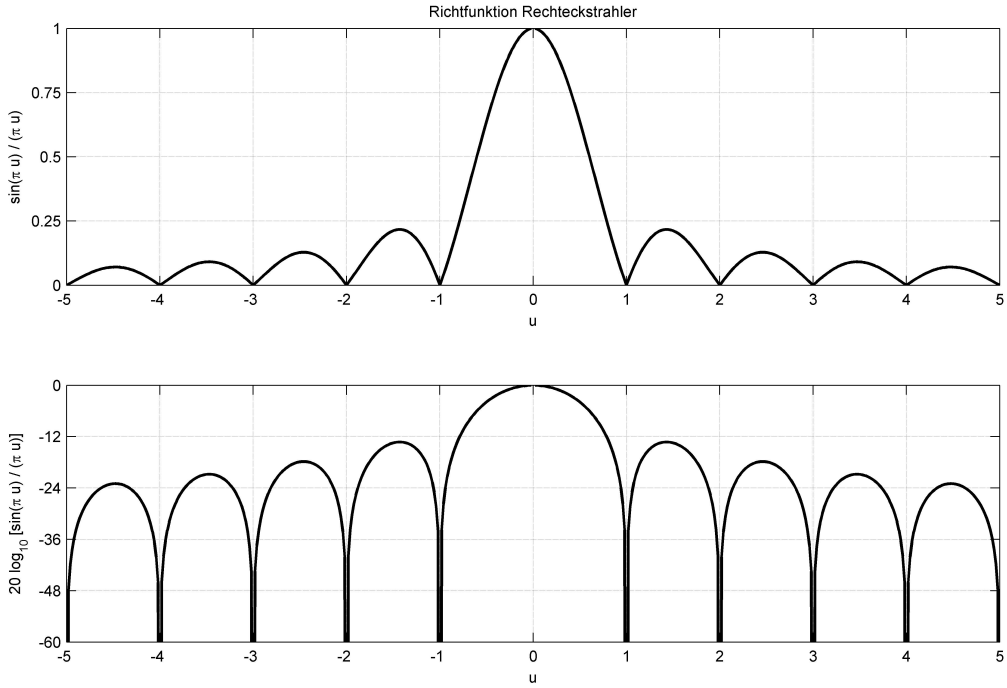

Abbildung 4: Generelle Richtfunktion eines Linienstrahlers

Je nach Größenverhältnis zwischen Fensterlänge, also Quelllänge, und der abgestrahlten Wellenlänge stellt ein Ausschnitt der generellen Richtfunktion das Richtverhalten der Quelle dar (siehe Abbildungen (5)-(8)).

Um nun einen Rechteckstrahler zu beschreiben, muss in zwei Dimensionen fouriertransformiert werden, um das, aus der zweidimensionalen Fensterung resultierende, Abstrahlverhalten zu berechnen. Dabei sei darauf hingewiesen, dass für die Verwendung des sog. Rayleigh Integrals (RI), dass die oben genannten Zusammenhänge beschreibt, nur bei bestimmten Vorraussetzungen gültig ist. Zum einen setzt die Verwendung des RI die Kenntnis des gesamten Schnelleverlaufs $v(x, y)$ in der zu betrachtenden Ebene voraus, was durch Betrachtung eines realen Strahlers als Fenster zur Folge hat, dass die Schnelle ausserhalb des Strahlers in der Ebene null sein muss. Dies bedeutet, dass die planare Quelle in einer Schallwand verbaut sein muss um die Bedingung zu erfüllen.
Zum anderen ist das Ergebnis, also die Richtcharakteristik, nur im vorderen Halbraum auf Grund der vorher getroffenen Definition des verwendeten Schnellevektors gültig, so dass mathematisch keine Rückschlüsse auf die Rückseite des Strahlers zulässig sind.

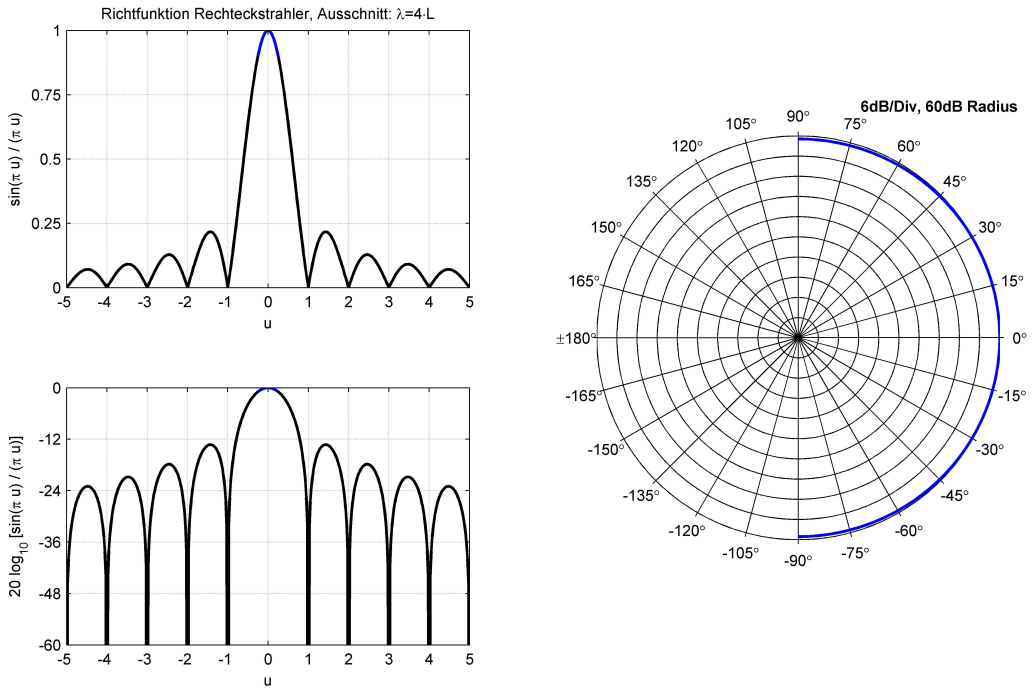

Abbildung 5: Richtverhalten einer Linienquelle

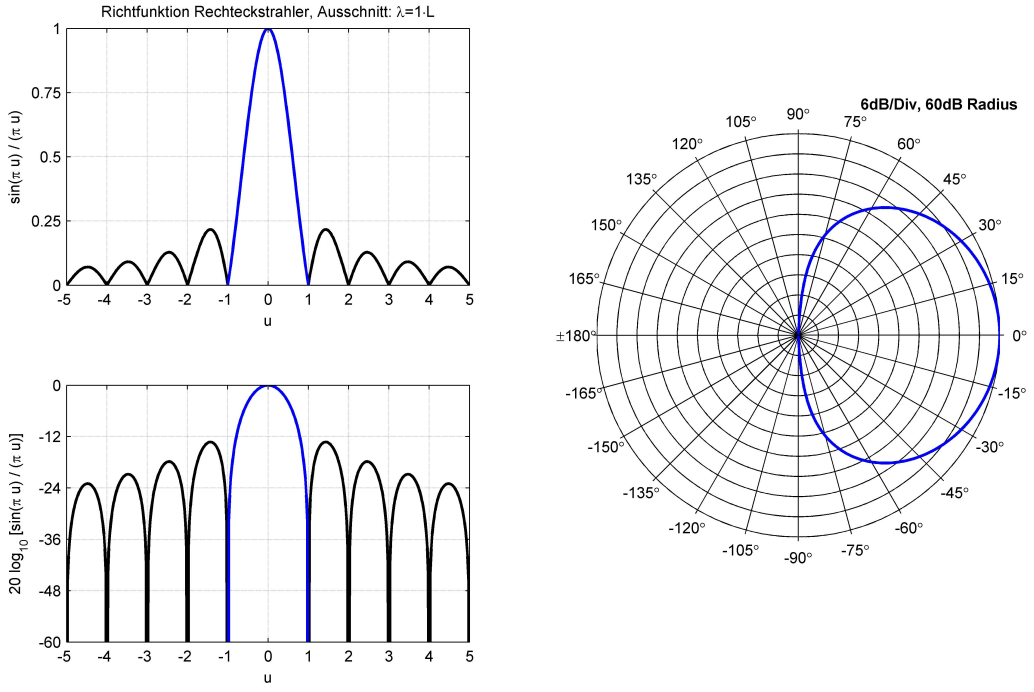

Abbildung 6: Richtverhalten einer Linienquelle

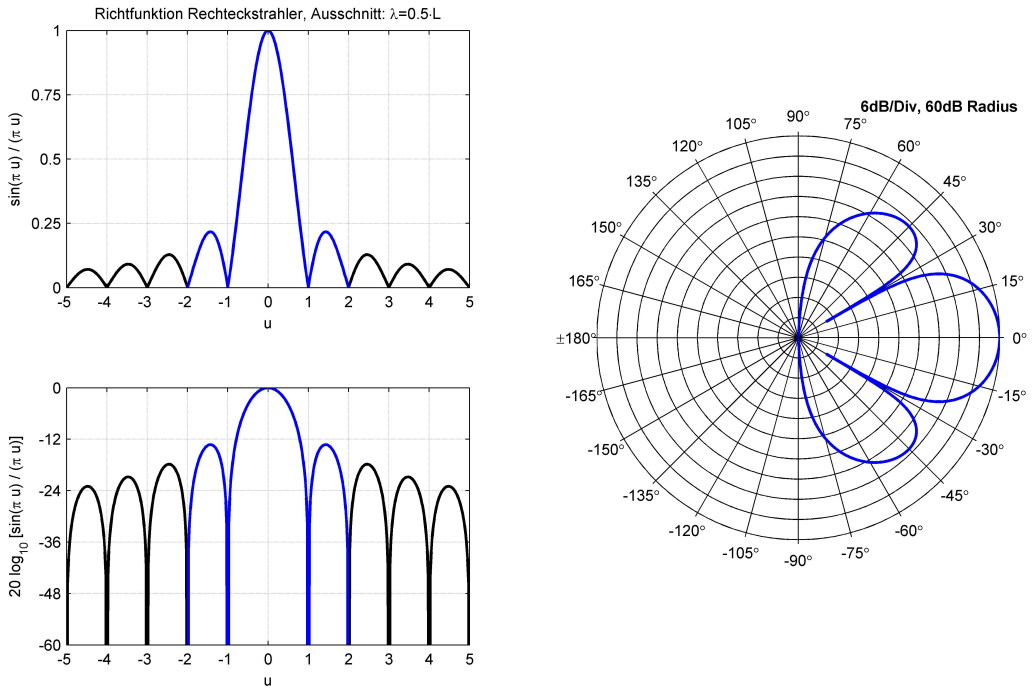

Abbildung 7: Richtverhalten einer Linienquelle

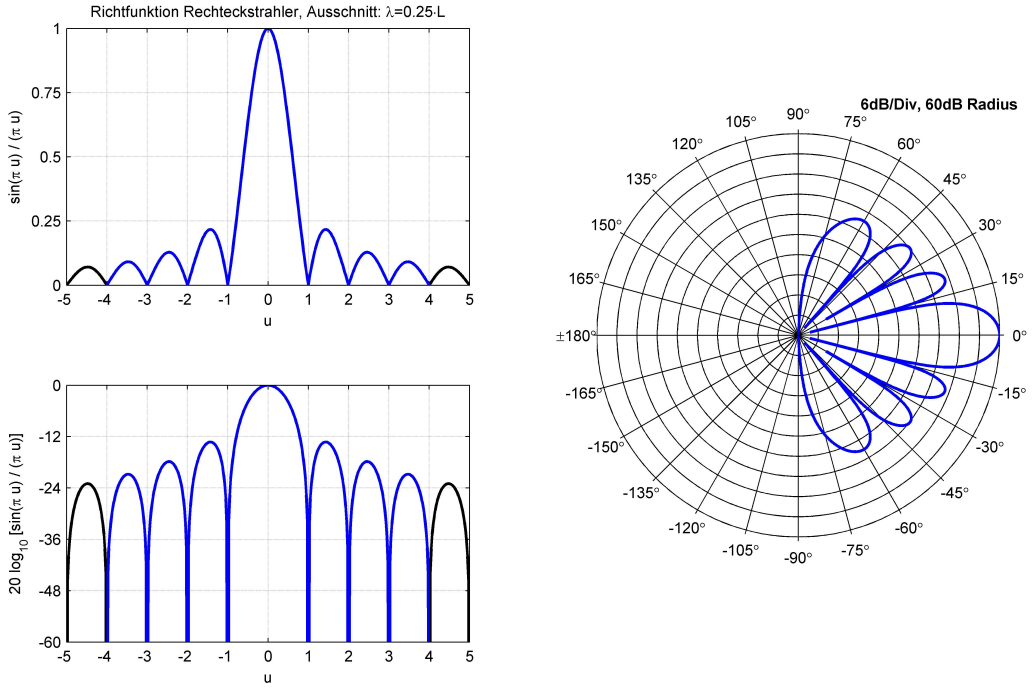

Abbildung 8: Richtverhalten einer Linienquelle

Als konsequente Weiterführung aus Kugelquelle und Superpositionsprinzip kann die Quelle der Linienquelle auch als eine, aus unendlich vielen Kugelquellen zusammen gesetzte Linie, angesehen werden und so das Richtverhalten bestimmt werden. Wird nun der Druck an einem bestimmten Aufpunkt errechnet, trägt jede Einzelquelle einen anteiligen Schalldruck, von

$$dp = \frac{j\omega\rho v(z_Q)b}{4\pi r} \cdot e^{-jkr} dz_Q \tag{60}$$

bei (Breite der Quelle wird mit b bezeichnet).
Mit Hilfe der Superposition erhält man (Strahlerlänge l, Aufpunktsabstand $r = \sqrt{(z - z_Q)^2 + x^2}$)

$$p = \frac{j\omega\rho b}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{v(z_Q)}{r} \cdot e^{-jkr} dz_Q \tag{61}$$

Vereinfacht man diesen Ausdruck nun für große Entfernungen, kann folgender Fernfelddruckverlauf angegeben werden:

$$p_{fern} = \frac{j\omega\rho b}{4\pi R} \cdot e^{-jkR} \int_{-l/2}^{l/2} v(z_Q) \cdot e^{jkz_Q \sin\theta_N} dz_Q \tag{62}$$

wobei R den Aufpunktsabstand zur Quelle im Fernfeld und θ_N den Normalenwinkel beschreibt.
Verwendet man nun die Euleridentität und ersetzt die z_Q - abhängige Schnelle durch die (über den gesamten Strahler) konstante Schnelle v_0 und löst darauf hin das Integral, kann folgender Zusammenhang angegeben werden:

$$p_{fern} = \frac{j\omega\rho b}{4\pi R} \cdot e^{-jkR} \cdot \frac{\sin(\pi \frac{l}{\lambda} \sin\theta_N)}{\pi \frac{l}{\lambda} \sin\theta_N} \tag{63}$$

$$= \frac{j\omega\rho b}{4\pi R} \cdot e^{-jkR} \cdot \Gamma(\theta_N) \tag{64}$$

$$= p_Q \cdot \Gamma(\theta_N) \tag{65}$$

2.4.3 Kreisrunde Membran

Geht man bei der Betrachtung der letzten interessierenden Quellgeometrie, der kreisrunden Membran mit dem Radius r, genau so vor wie bei einem Rechteckstrahler, kann der Einzelbeitrag einer infinitesimal kleinen Quelle auf der Membran (Teilfläche dS) in einem Aufpunktsabstand r_Q beschrieben werden durch

$$dp = \frac{j\omega\rho v(dS)}{2\pi r_Q} \cdot e^{j(\omega t - kr_Q)} dS \tag{66}$$

Wird nun wieder über die komplette Fläche der Membran integriert und für große Entfernungen (also Fernfeld) vereinfacht, erhält man folgenden Zusammenhang:

$$p_{fern} = \frac{j\omega\rho v r^2}{2R} \cdot e^{j(\omega t - kr)} \cdot \frac{2J_1(kr\sin\theta_N)}{kr\sin\theta_N} \tag{67}$$

$$= p_Q \cdot \frac{2J_1(kr\sin\theta_N)}{kr\sin\theta_N} \tag{68}$$

$$= p_Q \cdot \Gamma(\theta_N) \tag{69}$$

Eine kreisrunde Membran besitzt also auf Grund ihrer Geometrie eine Besselfunktion als Richtfunktion (siehe Abbildung 9). Je nach Verhältnis zwischen Quellgröße und abgestrahlter Wellenlänge stellt

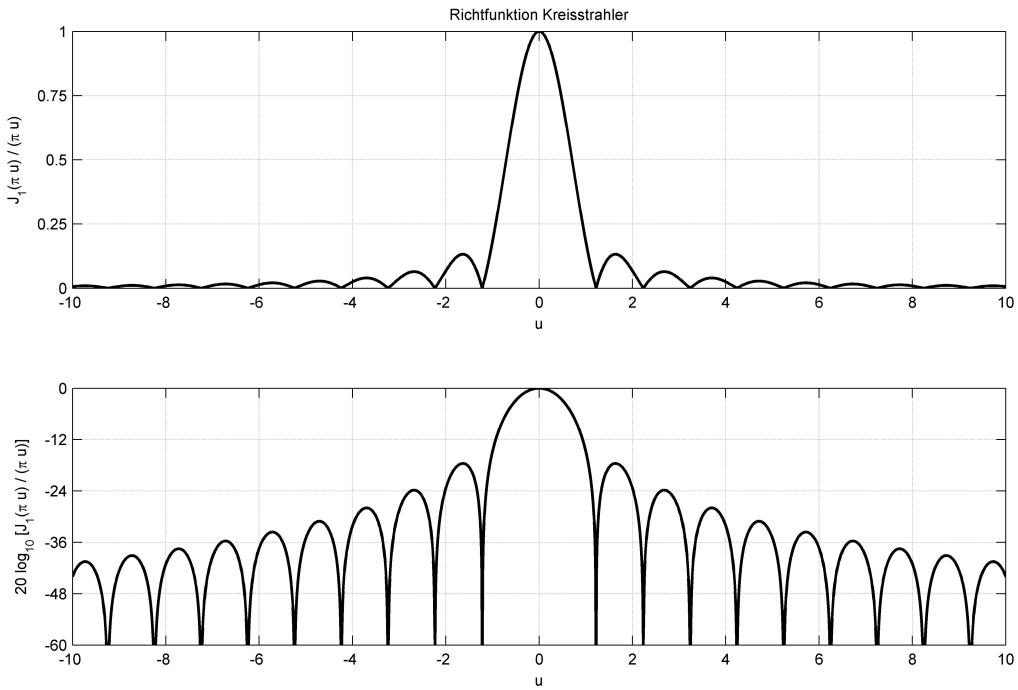

Abbildung 9: Generelle Richtfunktion für kreisförmige Quellgeometrien

so ein Ausschnitt dieser allgemeinen Richtfunktion das Richtverhalten dar. In den folgenden Abbildungen werden für eine feste Quellgröße die abgestrahlten Wellenlängen variiert und die sich ergebenden Richtcharaktere gezeigt:

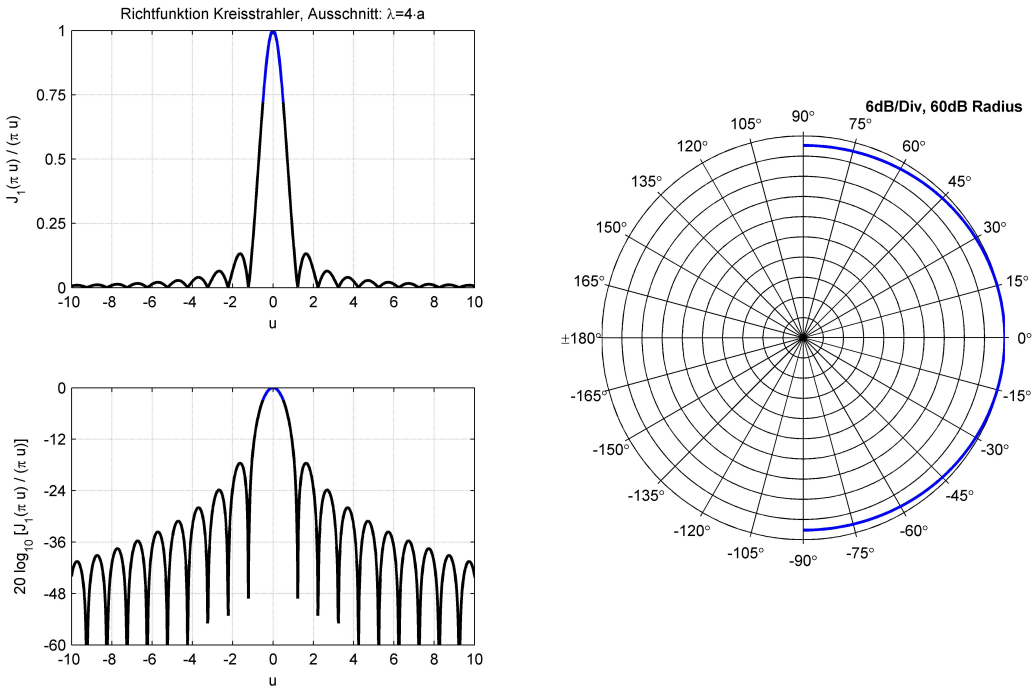

Abbildung 10: Richtverhalten einer kreisrunden Membran

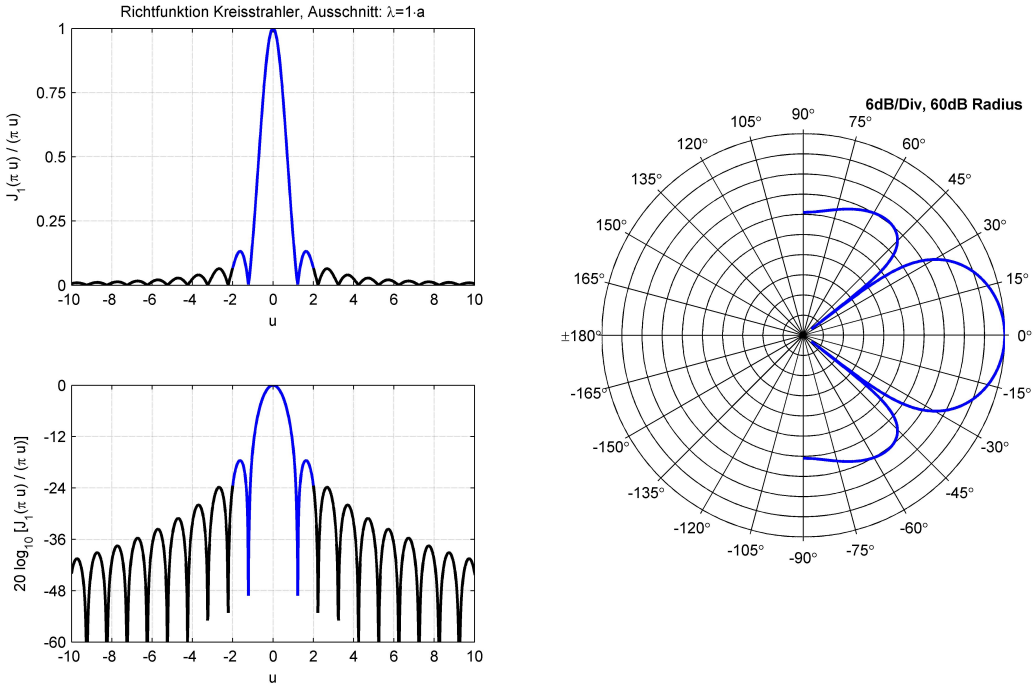

Abbildung 11: Richtverhalten einer kreisrunden Membran

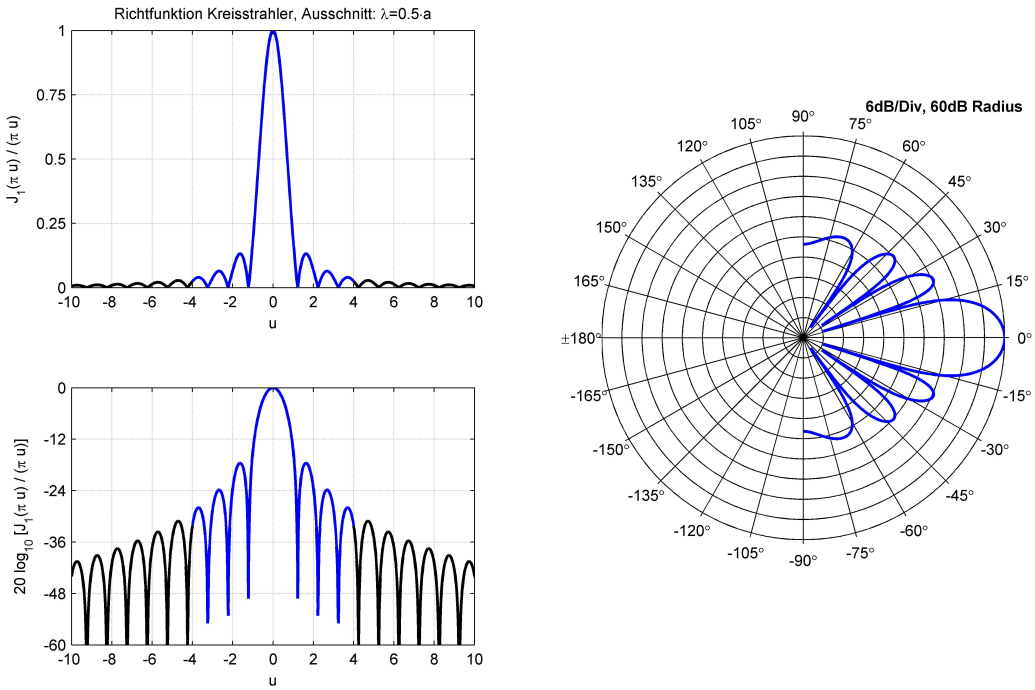

Abbildung 12: Richtverhalten einer kreisrunden Membran

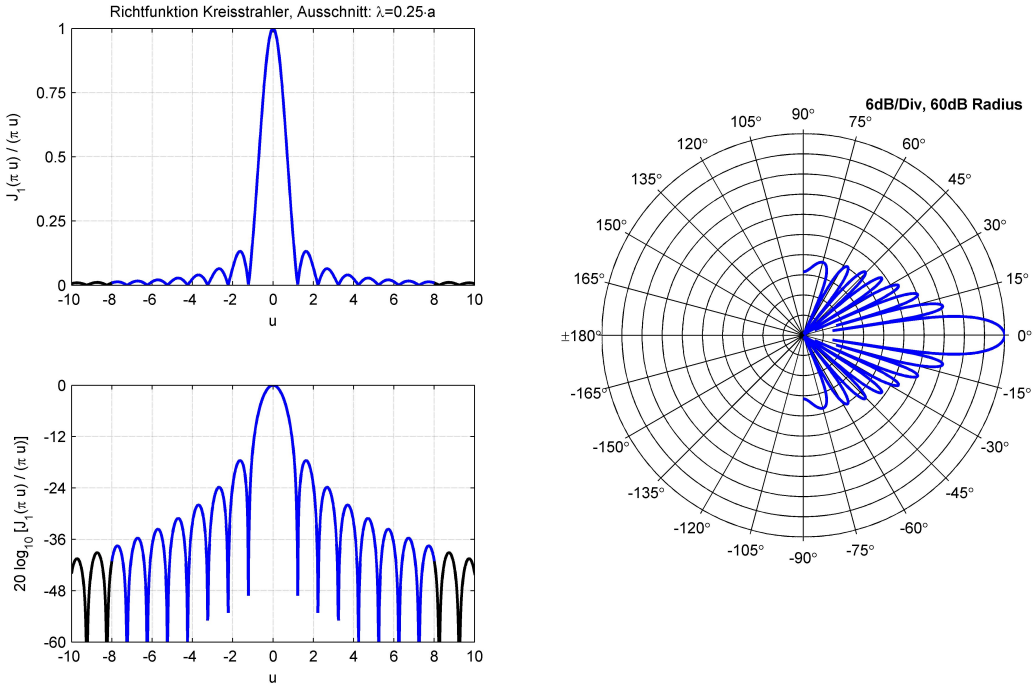

Abbildung 13: Richtverhalten einer kreisrunden Membran

3 Radiation Toolbox

Das Verhalten akustischer Quellen wird meist, vor allem im Lautsprecherbau sowie bei der Planung und Auralisation von Räumen und Beschallungssystemen, lediglich durch ihr Verhalten auf ihrer Hauptabstrahlachse beschrieben. Um aussagekräftigere- und damit realitätsnahe- Simulations- und Auralisationsergebnisse zu erhalten, ist die genauere Betrachtung des räumlichen Abstrahlverhaltens der Systeme unabdingbar. Durch unterschiedliche Anregungen von Räumen oder durch starke erste Reflexionen an Wänden und Boden die klanglich, auf Grund der unterschiedlichen Richtverhalten für verschiedene Frequenzen, verfärbt sind, beeinflusst das Richtverhalten von Quellen und Quellsystemen ihre Wiedergabequalität maßgeblich. Da vor allem in der Beschallungstechnik und im Lautsprecherbau, nicht zuletzt durch die - aus den Kinderschuhen entwachsenen - Digitaltechnik, immer mehr Möglichkeiten und Kozepte zur Realisierung existieren und entstehen, soll anhand dieses Projektes die Möglichkeit verwirklicht werden, die vielseitigen Szenarien im Hinblick auf ihre räumliche Abstrahlcharakteristik zu untersuchen und zu visualisieren. Nach der vorangegangenen kurzen Behandlung der theoretischen Grundlagen dieser Arbeit soll nun das Konzept, die Struktur und beispielhaft die Arbeitsweise der in Matlab implementierten Toolbox erläutert werden.

3.1 Konzept und Programmstruktur

Um der geforderten Vielseitigkeit seitens der Eingabemöglichkeiten der Rohdaten sowie der unterschiedlichen Anwendungsgebiete Rechnung zu tragen, wurde die Toolbox projektorientiert programmiert, so dass Erweiterungen und weiterführende Verwendungen realisiert werden können. Dabei wurden als Grundbausteine die Klassen “source“ und deren Metadatenklasse “smetadata“ implementiert. Jede Quelle wird so als Objekt dieser Klassen initialisiert und entsprechend parametrisiert. In der so genannten “radiator“-Klasse, beziehungsweise in deren Objekten, können dann unterschiedliche source-Objekte eingebunden werden und so ein Strahler erzeugt werden. Die Einzeldaten der im Strahler vorhandenen Quellen werden in der raditor bezogenen Metadatenklase “compdata“ abgelegt. Danach können entweder die Rohdaten oder die einzelnen Quellen mit ihren Eigenschaften im jeweiligen Strahler visualisiert werden. Schließlich ist es möglich auch gesamte Strahler und deren Eigenschaften zu simulieren und zu veranschaulichen. Zudem können für jeden Raumpunkt und für jede Quelle aus ihren Rohdaten oder mit ihren Eigenschaften im Strahler bzw. für gesamte Quellsysteme (Strahler) Raumimpulsantworten und Frequenzgänge ausgegeben werden sowie die jeweilige geschätzte Leistung (per Frequenz oder gesamt) berechnet werden. Im folgenden Struktogramm (Abbildung 14) sind die Klassen, deren Eigenschaften und ihre Methoden, wie auch die Interaktionen zwischen den Objekten der Klassen zu sehen und kurz im Anschluss behandelt.

3.1.1 Source - Klasse

Als Grundlage jeder Simulation müssen eine oder mehrere Quellen anhand von source-Objekten erzeugt werden. Jedes dieser Objekte besitzt mindestens einen komplexen Frequenzgang, der in der Objekteigenschaft “FR“ (“Frequency Response“) abgelegt wird. Zu jedem Frequenzgang muss in “Grid“ die dazugehörige Richtung in Kugelkoordinaten in Grad [horizontal vertikal] angegeben werden. Die Koordi-

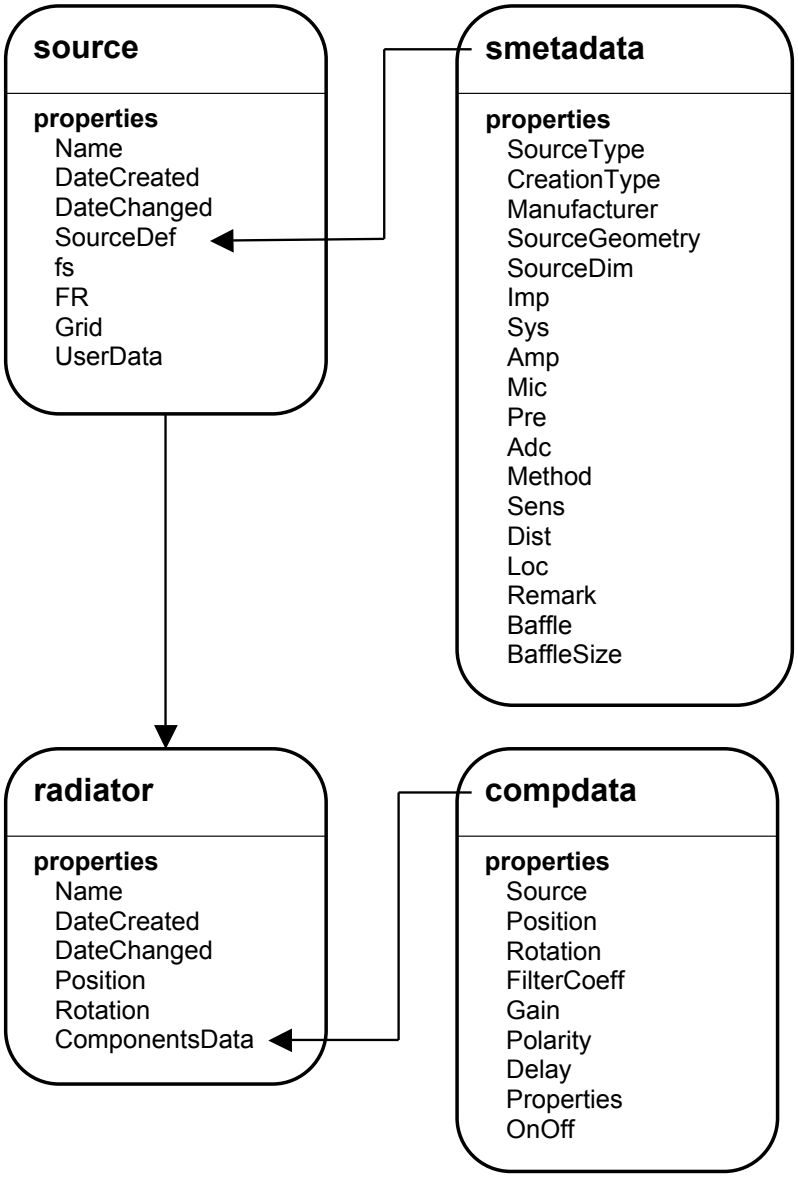

Abbildung 14: Klassen und deren Eigenschaften im Überblick

naten werden, wie in der folgenden Abbildung (15) zu sehen, definiert. Als Referenz muss eine "On Axis" - Messung aus der Richtung [0 0] vorhanden sein. Sind alle Messdaten mit der verwendeten Samplingrate ("fs") und den Richtungsangaben im source-Objekt eingefügt, können die Frequenzantworten durch eine Kalibrierfunktion `calibin.m` auf einen physikalischen Pegel (dBSPL), durch Angabe der Referenzfrequenz und deren gewünschter Absolutpegel in dBSPL, skaliert werden. Zudem können der Name der Quelle unter "Name" und Benutzerdaten unter "UserData" gespeichert werden. Alle weiteren Metadaten befinden sich in der Property "SourceDef", einem Objekt der Metadatenklasse ßmetadata". Wird vor

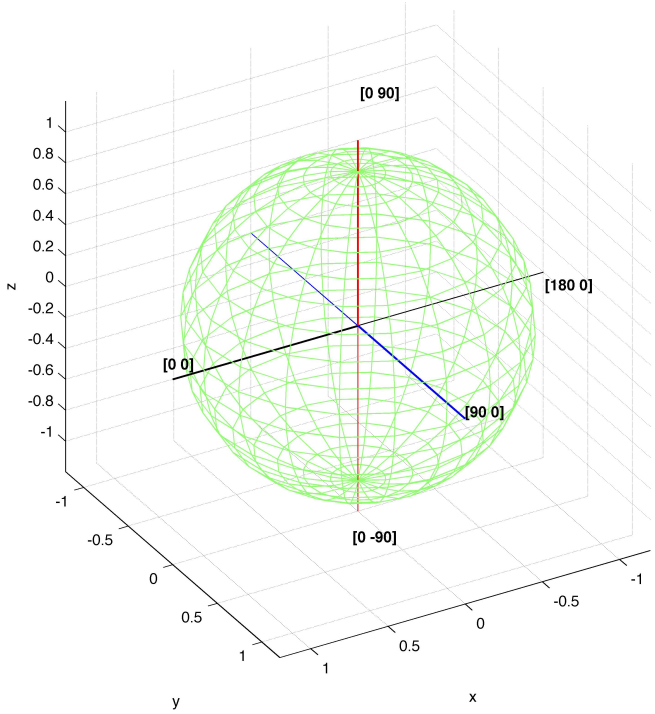

Abbildung 15: Definition des Koordinatensystems

der Kalibrierung im Metadatenobjekt `s.SourceDef.Dist` die Messdistanz zwischen Messpunkt und zu messendem Objekt hinterlegt, werden gleichzeitig zur Pegelgewichtung die Phasen der Frequenzantworten beim Aufruf der Kalibrierfunktion auf den Koordinatenursprung, also auf das vermutete akustische Zentrum rückgerechnet. Die so erzeugte Quelle in Form eines source-Objektes, kann dann in einem "Mat"-File, wie eine Variable, oder in Form von SPK Dateien, die besonders im weit verbreiteten Messsystem Monkey Forest benutzt werden, exportiert und natürlich auch importiert werden.
Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, dass in den source-Objekten lediglich die Rohdaten, nicht aber die Eigenschaften der Visualisierungen sowie die Verhaltensweisen in einem Strahler enthalten sind. Parametrisierungen bei Visualisierungen von Einzelquellen sind demnach ebenso wenig in den Quellobjekten gespeichert, wie die Eigenschaften der Quellen innerhalb von Strahlern. Nachfolgend wird ein kurzer beispielhafter Programmauszug gezeigt, um die Syntax der Erzeugung und der Parametrisierung zu verdeutlichen:

```
s1  =  source;
s2  =  source('fr',[in; 0.2*in; 0.3*in], 'grid',[0 0;45 0; 90 0]);
set(s1,'Name','Bsp1');
set(s1.SourceDef,'SourceGeometry','circ');
set(s1.SourceDef,'SourceDim',[0.17 0.17]);
set(s1.SourceDef,'Dist',5);
calibin(s1,94,1000);
calibin(s2,100,100);
```

Das erzeugte Objekt besitzt dann folgende Form

```
s1 =
Properties:
Name: 'Bsp1'
DateCreated: '21-Mar-2010 08:43:05'
DateChanged: '21-Mar-2010 08:44:46'
SourceDef: [1x1 smetadata]
fs: 441000
FR: [1x441000 double]
Grid: [0 0]
UserData: []
```

3.1.2 Smetadata - Klasse

Eingebunden in die Source Klasse werden benötigte Metadaten eines Quellobjektes, wie die Geometrie und die Ausmaße der Quelle sowie die Dokumentation des Messsystemes, und gegebenenfalls Anmerkungen in der Metadaten Klasse "smetadata" abgelegt. Beim initialisieren eines source-Objektes wird gleichzeitig ein smetadata-Objekt namens SourceDef für die Quelle erzeugt und die wichtigsten Daten initialisiert. Das Metadatenobjekt der oben erzeugten Quelle `s1` sieht dann wie folgt aus:

```
s1.SourceDef =
Properties:
SourceType: 'generic'
CreationType: []
Manufacturer: []
SourceGeometry: 'point'
SourceDim: [1.0000e-03 1.0000e-03]
Imp: []
Sys: []
Amp: []
Mic: []
Pre: []
Adc: []
Method: []
Sens: []
Dist: []
Loc: []
Remark: []
Baffle: []
BaffleSize: []
```

3.1.3 Radiator - Klasse

Um einzelne Quellen zu superponieren und so einen Quellverband zu simulieren muss nun ein Strahler erzeugt werden. Jedes Objekt der "radiator" - Klasse besitzt eine absolute Position im Raum, angegeben durch einen Vektor ($[x\ y\ z]$) sowie eine Rotationsangabe in Grad ($[horizontal\quad vertikal\quad axial]$). In der Property "ComponentsData", realisiert durch eine weitere Metadatenklasse, werden dann mit dem Befehl `addsource.m` source-Objekte zu einem Strahler hinzugefügt und parametrisiert. Anhand von set und get Methoden können Werte und Eigenschaften von Quellen und dem Radiator selbst verändert werden. Mit der Methode `removesource.m` können die im Strahler indizierten Quellen wieder aus dem radiator-Objekt gelöscht werden.

```
r1 = radiator;
r2 = radiator('Position',[1 2 3],'Rotation',[90 0 -5]);
set(r1,'Name','rBsp1');
set(r1,'Position',[10 10 10]);
addsource(r1,s1);
addsource(r2,s1);
addsource(r1,s2,'Position',[-1 0 0])
removesource(r2,1);
```

Es werden also im Strahler `r1` die beiden vorher erzeugten Quellen eingefügt. Quelle `s1` sitzt relativ zu Strahlermittelpunkt an der Position `[0 0 0]`, Strahler `s2` an `[-1 0 0]`. Im Strahler `r2` wird erst eine Quelle inkludiert, danach jedoch wieder gelöscht. Ein "leerer" Strahler ist die Folge. Das Strahlerobjekt `r1` sieht letztlich so aus:

```
r1 =
Properties:
Name: 'sBsp1'
DateCreated: '22-Mar-2010 09:44:06'
DateChanged: '22-Mar-2010 09:44:16'
Position: [10 10 10]
Rotation: [0 0 0]
ComponentsData: 2x1 cell
```

3.1.4 Compdata - Klasse

In der "compdata"-Klasse bzw. dessen Objekt, das in jedem radiator-Objekt eingebunden ist, werden die, dem Strahler hinzugefügten Quellen und deren, den Strahler betreffenden, Eigenschaften hinterlegt. Im Cellarray `ComponentsData` des Strahlerobjektes steht somit eine Liste von eingefügten Quellen in Form von compdata-Objekten:

```
r1.ComponentsData
[1x1 compdata]
[1x1 compdata]
```

Ein `compdata`-Objekt dieser Liste ist dann zum Beispiel:

```
r1.ComponentsData{2}
Properties:
Source: [1x1 source]
Position: [-1 0 0]
Rotation: [0 0 0]
FilterCoeff: {}
Gain: 0
Polarity: 1
Delay: 0
Properties: []
OnOff: 'on'
```

3.2 Vilsualisierungsmethoden

Stehen die Datensätze und Quell- bzw. Strahlerobjekte zur Verfügung, können Simulationen durchgeführt werden. Das zu Grunde liegende Prinzip aller möglichen Berechnungen ist die Superposition der komplexen Frequenzantworten oder Impulsantworten der Quellen in einem oder mehreren Raumpunkten. Die Quelldatensätze werden demnach mit den jeweiligen Ausbreitungstermen mit Betrag und Phase in Abhängigkeit von der Distanz zwischen Quelle und Aufpunkt sowie der Frequenz und der Ausbreitungsgeschwindigkeit gewichtet und komplexwertig aufsummiert. Da die Quelldatensätze nur in einem bestimmten endlich genauen Raster vorliegen, muss für Fälle, bei denen der Aufpunkt richtungsbezogen nicht auf einen "Abtast-" bzw. Grid-Wert zu liegen kommt, interpoliert werden. Wegen der Anforderung, dass die Quelldaten in einem frei wählbaren Raster, also nicht zwingend äquidistant, vorliegen dürfen, wurde auf eine Zerlegung der Abstrahleigenschaften in sphärische Harmonische und einer Hyperinterpolation verzichtet und lediglich eine gewichtete Interpolation der gegebenen Frquenzdaten realisiert. Dabei werden alle bekannten Frequenzgänge FR_i mit dem jeweiligen Abstand D_i in kartesischen Koordinaten, jedoch auf der Einheitskugel liegend, zur relevanten Aufpunktsrichtung reziprok gewichtet und aufaddiert und so der neue Frequenzgang ermittelt.

$$FR_{interpolated} = \frac{\sum_{i=1}^{N} FR_i \cdot (\frac{1}{D_i})^G}{\sum_{i=1}^{N} (\frac{1}{D_i})^G} \tag{70}$$

Mit einem weiteren Gewichtungsfaktor G können die reziproken Abstandswerte bzw. Gewichtungen exponentiell bewertet werden, so dass steilere Flanken nachgebildet werden können. Mit dieser Herangehensweise kann das Verhalten unterbestimmter, also "schlecht" abgetasteter Quellen besser angenähert werden. Ist die interessierende Richtung des Aufpunktes ausserhalb des bekannten Abtastrasters, muss eine Extrapolation durchgeführt werden. Um möglichst valide und realitätsnahe Ergebnisse zu bekommen, wird bei der Interpolation bzw. der Ermittlung der richtungsbezogenen Frequenzantworten die angegebene Quellgeometrie mit einbezogen. So werden gegebenenfalls Rotations- und Achsen- bzw. Punktsymmetrieen verwendet, um Frequenzgänge durch Projektionen und Rotationen auf Richtungen, an denen das Quellverhalten bekannt ist, zu ermitteln. Ausserdem werden die im vorherigen Kapitel hergeleiteten Richtverhalten benutzt, um reale Quellen und deren Verhalten besser nach zu bilden.
Alle implementierten Visualisierungsmethoden können direkt durch die einzelnen Funktionen (z.B.: `pballoon` oder `pisobar`) wie auch über den Befehl `plot` aufgerufen werden. ALs Übergabeparameter dabei müssen dabei das gewünschte Objekt (source- oder radiator- bzw. compdata-Objekt) und die gewünschte Darstellungsmethode angegeben werden. Weiters können dann in Property-Value-Pairs zusätzliche Parameter der jeweiligen Methoden gesetzt werden. Für die unterschiedlichen Möglichkeiten der Funktionsaufrufe ohne oder mit weiteren Parametern kann folgendes genannt werden:

```
s1  =  source;
ppolar( s1,  'plotdynamic',[20 94], 'ptype','full' );
plot( s1, 'polar');
plot( s1, 'polar', 'plotdynamic',[20 94], 'ptype','full' );
```

Als Darstellungsmöglichkeiten wurden folgende Visualisierungen implementiert.

3.2.1 3D Balloon

Die Eigenschaften der dreidimensionalen Darstellung in Form von so genannten Balloons kann durch die folgenden Parameter verändert werden. Mit `fac={0 bis 1}` wird die Tiefe, mit der die berechneten Richtfunktionen auf Grund ihrer Geometrieen beaufschlagt werden, gewählt. Anhand der Eigenschaft `symmetry={0||1}`, mit der festgelegt werden kann, ob sich die Quelle rückseitig genau so verhält wie an ihrer Vorderseite, sowie mit `prop`, womit die Balloons mit vordefinierten Richtcharakteristiken (`'card'||'scard'||'hcard'||'eight'||' '`) beeinflusst werden können, besteht die Möglichkeit die Darstellung und die Ausgabewerte anzupassen. Zudem können die verwendete Auflösung mittels `Resolution` wie die benutzte Schallgeschwindigkeit `c` gewählt werden. Die Property `com` ermöglicht schließlich das Plotten ohne Beschriftungen.
Nimmt man als Beispiel eine kreisrunde Membran mit dem Radius 10cm und verwendet man lediglich eine Auf-Achse-Messung kann die Darstellung wie in den Abbildungen (16-18) mit den Parametern (`fac=1`,`com='off'`,`sym=1`,`prop='card'`) gewählt werden.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'balloon', 'f', [200, 2000 4000], 'fac', 1, 'sym', 1,...
'prop', 'card', 'com','off');
```

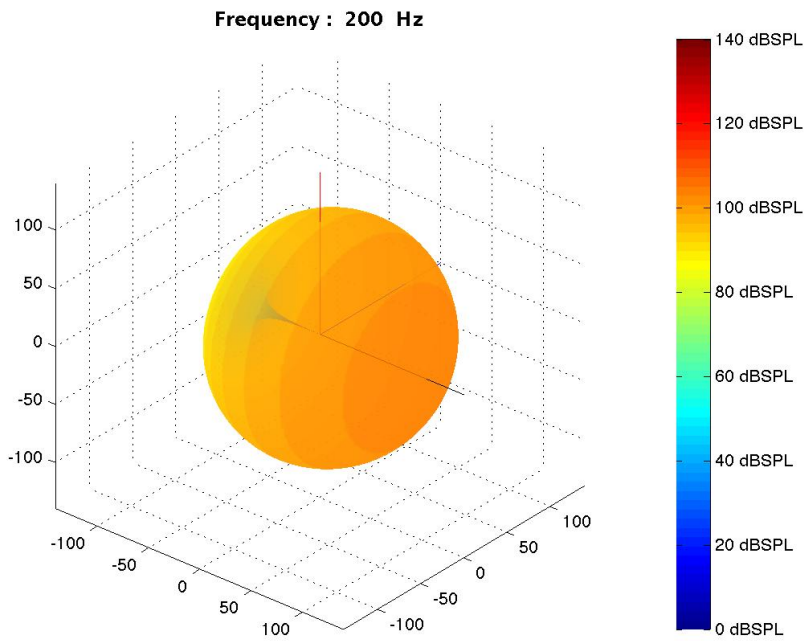

Abbildung 16: Balloon einer kreisförmigen Membran (r=10cm, f=100Hz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

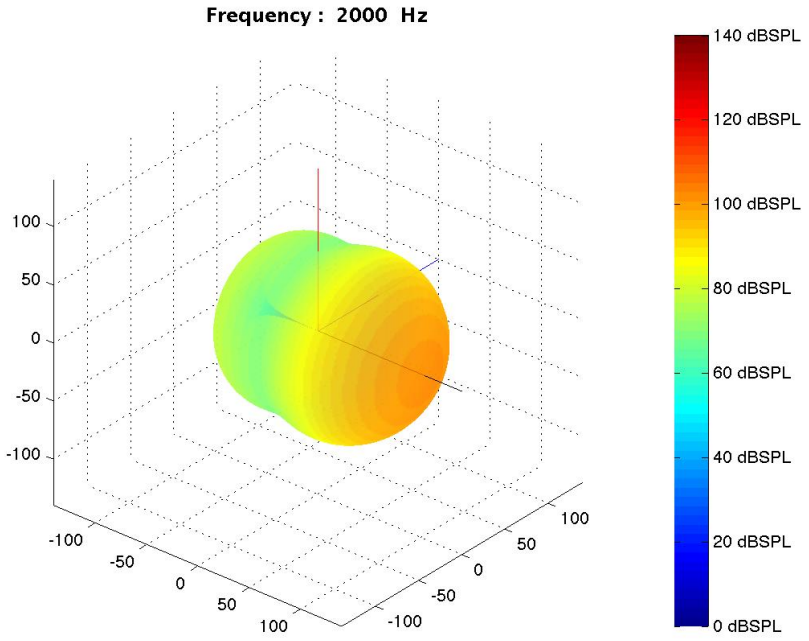

Abbildung 17: Balloon einer kreisförmigen Membran (r=10cm, f=1kHz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

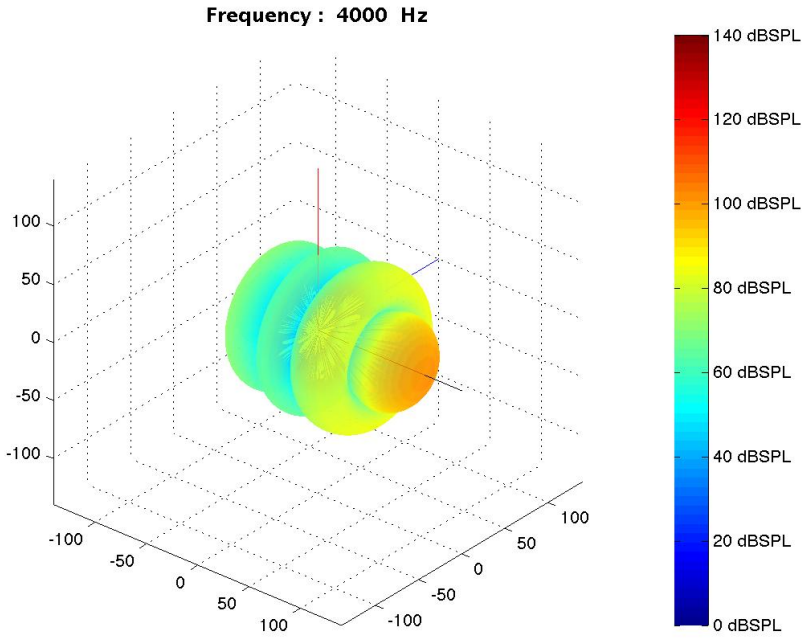

Abbildung 18: Balloon einer kreisförmigen Membran (r=10cm, f=10kHz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

Zum Vergleich sind darauffolgend in den Abbildungen (19-22) Balloons der selben Frequenzen mit einer rechteckigen Membran der gleichen Größe gezeigt.

```
s1  =  source;
set( s1.SourceDef, 'SourceGeometry', 'rect');
plot(s1, 'balloon', 'f', [200, 2000 4000], 'fac', 1, 'sym', 1,...
'prop', 'card', 'com','off');
```

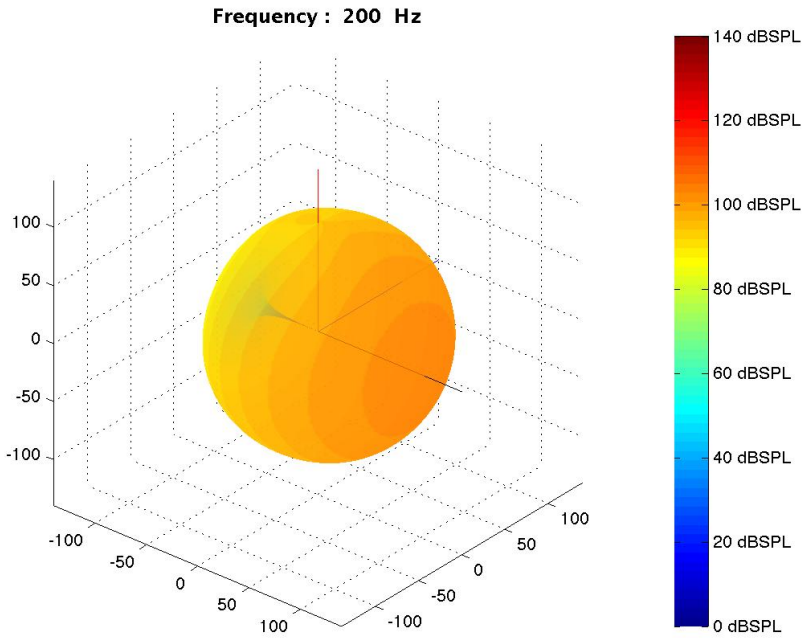

Abbildung 19: Balloon einer rechteckigen Membran (b=20cm, h=20cm, f=100Hz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

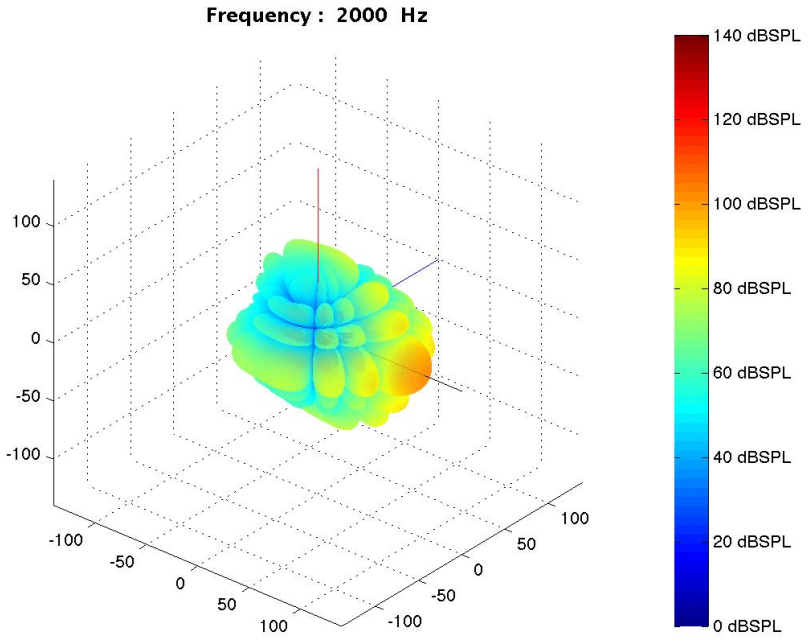

Abbildung 20: Balloon einer rechteckigen Membran (b=20cm, h=20cm, f=100Hz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

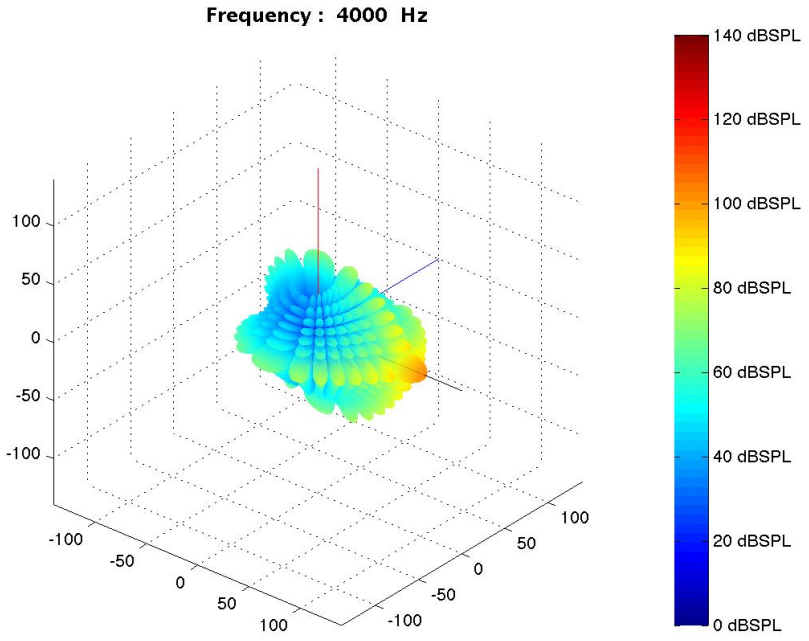

Abbildung 21: Balloon einer rechteckigen Membran (b=20cm, h=20cm, f=1000Hz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.2 2D Polardiagramme

Im Vergleich zur vorherigen Visualisierungsmethode in 3D wird hier eine zweidimensionale Darstellung (Abb. (22)) gewählt. Es wird, bezogen auf den Fernfeldradius (horizontale sowie vertikal) um das geometrische Zentrum der Schallquelle, der Schalldruck der jeweiligen Frequenz ermittelt und als Radius dargestellt.
Die Parametrisierung läuft dabei äquivalent. Zu den im vorherigen Abschnitt genannten Eigenschaften können hier noch die `Plotdynamic` in dBSPL angegeben werden sowie die Möglichkeiten der Darstellung der Richtfunktion über $0 - 180°$ bzw. $0 - 360°$ (`ptype = 'half' || 'full'`) und schließlich die Wahl wieviele Polardiagramme in einem Fenster gezeigt werden sollen (`plotsperfig`), getroffen werden. Ein Beispiel hierzu (Abbildung (22)) wären die vertikalen Polardiagramme der schon verwendeten Kreismembran über alle Isofrequenzen.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'polar', 'f', isof, 'fac', 1, 'sym', 1, ...
'prop', 'card', 'com', 'off', ...
'ptype', 'half', 'plotdynamic', [10  94], 'plotsperfig', 8 );
```

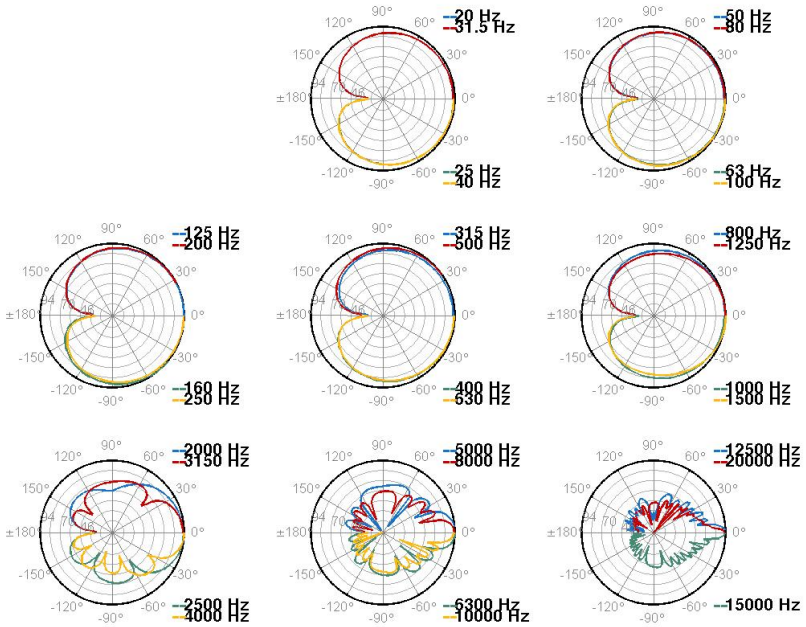

Abbildung 22: Vertikale Polardiagramme einer Kreisembran (r=10cm, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.3 Isobaren

Als weitere Möglichkeit zur Darstellung des Verhaltens einer Schallquelle bzw. eines Strahlers können so gennante Isobaren ausgegeben werden (Abbildung (23)). Hierbei wird der Schallpegel über die Freuquenz und über den Winkel aufgetragen. Man erhält so eine sehr kompakte und aussagekräftige zwei bzw. drei dimensionale Darstellung des Simulationsobjektes. Die Parametrisierung der Berechnung verläuft gleich wie bei den bisherigen Methoden. Lediglich die Wahl der Frequenzauflösung für das horizontale und das vertikale Diagramm in Grad, angegeben in Form eines Vektors (`FResolution =[hor vert]`) sowie die der Winkelauflösung (`Resolution =[hor vert]`) kann getroffen werden.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'iso',  'fac', 1, 'sym', 1, 'prop', 'card', ...
'resolution', '[3 3]', 'fresolution',[200  200], ...
'dynamic', [0  140] , 'com', 'off');
```

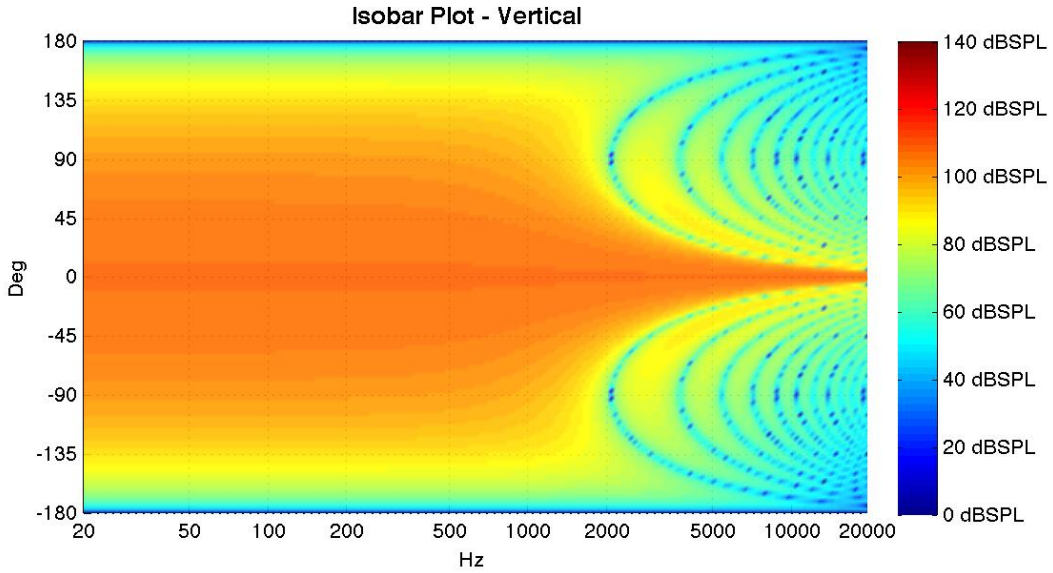

Abbildung 23: Vertikaler Isobarenplot einer kreisrunden Membran (r=10cm, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.4 SPL Flächen

Wie bei den meisten Simulationsprogrammen, vor allem in der Beschallungstechnik, kann auch das Schallfeld, das von der Quelle oder der Quellanordnung hervorgerufen wird, auf beliebigen Flächen im Raum je Frequenz dargestellt werden. Zu sehen ist also bei dieser Visualisierung der Schallpegel in dBSPL für eine gewählte Frequenz f. Weitere mögliche Parameter der Methode sind (zu den bereits bekannten Eigenschaften) die Größe des Simulationsvolumens (`Simplane = [xmin xmax ymin ymax zmin zmax]`), die verwendete Auflösung in Teilen des Simulationsvolumens (`Resolution = [100 100 100]`) sowie die gezeigten Koordinaten der gezeigten Flächen (`Showplanes = [x] [y] [z]`).

```
s1  =  source;
plot(s1, 'spl', 'f',4000 , 'fac', 1, 'sym', 1, ...
'prop', 'card', 'com', 'off', ...
'simplane', [-10  10 -10  10  -10  10], 'resolution',[100  100  100], ...
'showplanes', {  [-10]  [0 10]  [-10] } );
```

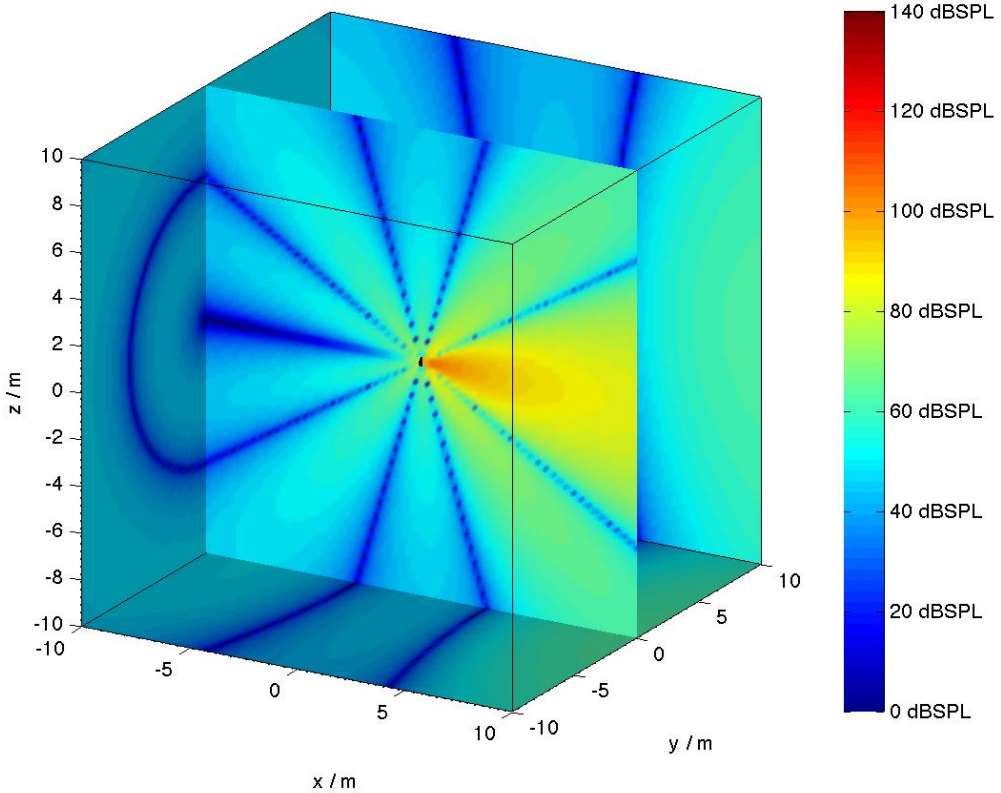

Abbildung 24: Volumensdarstellung des Schallfeldes einer kreisrunden Membran (r=10cm, f=4kHz, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.5 Frequenzantwort

Des Weiteren kann die Frequenzantwort in einem beliebigen Raumpunkt ausgegeben werden. Die Darstellung wurde so gewählt, dass jeweils getrennt Imaginärteil, Realteil, Betrag und Phase des Frequenzganges zu sehen sind.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'fr', 'position', [5  5  5],  'fac', 1,  'sym', 1, ...
'prop', 'card',  'com', 'off',  'dynamic', [0  140] );
```

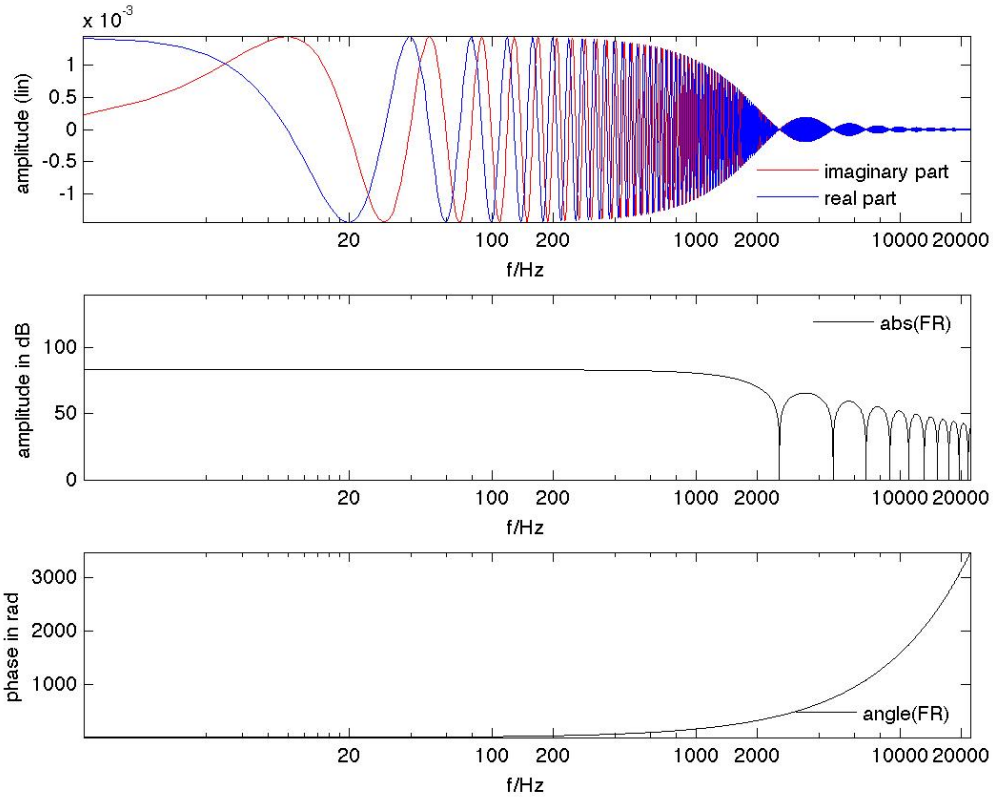

Abbildung 25: Frequenzantwort einer kreisrunden Membran am Aufpunkt [5 5 5] in m (r=10cm, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.6 Impulsantwort

Wie der Frequenzgang, so kann auch die Impulsantwort als die Fouriertransformierte der Frequenzantwort ausgegeben werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und der vielseitigen Verwendungsmöglichkeiten wurde auch hier eine getrennte Darstellung von Imaginärteil, Realteil, Betrag und Sprungantwort (als gewichtetes Integral der Impulsantwort) gewählt.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'ir', 'position', [5  5  5],  'fac', 1,  'sym', 1, ...
'prop', 'card',  'com', 'off',  'dynamic', [0  140] );
```

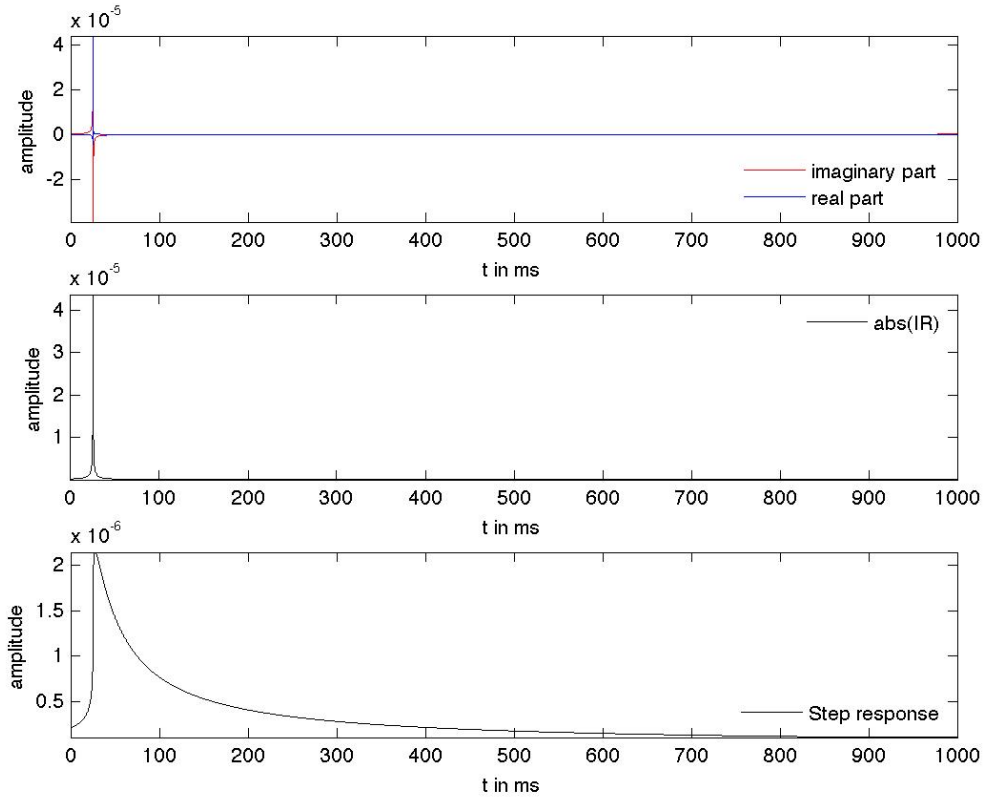

Abbildung 26: Impulsantwort einer kreisrunden Membran am Aufpunkt [5 5 5] in m (r=10cm, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt)

3.2.7 Wasserfalldiagramm

Betrachtet man die spektrale Zusammensetzung der Impulsantwort in Form einer STFT ("Short Time Fourier Transform") erhält man ein Spektrogrmm (zweidiemnsional) bzw. ein Wasserfalldiagramm (drei dimensional). Hierbei wird die Impulsantwort in zeitlich kleine Blöcke geteilt, getrennt fouriertransformiert und so das Spektrum berechnet. Anzumerken ist dabei, dass die Länge der Blöcke (`Nfft`) die zeitliche Auflösung sowie die Auflösung der Frequenzachse bedingt.

```
s1  =  source;
plot(s1, 'water', 'position', [5 5 5],  'fac', 1, 'sym', 1, ...
'prop', 'card', 'com', 'off', ...
'win','hamming',  'nfft',512,  'overlap' ,0 , 'Limit',0 );
```

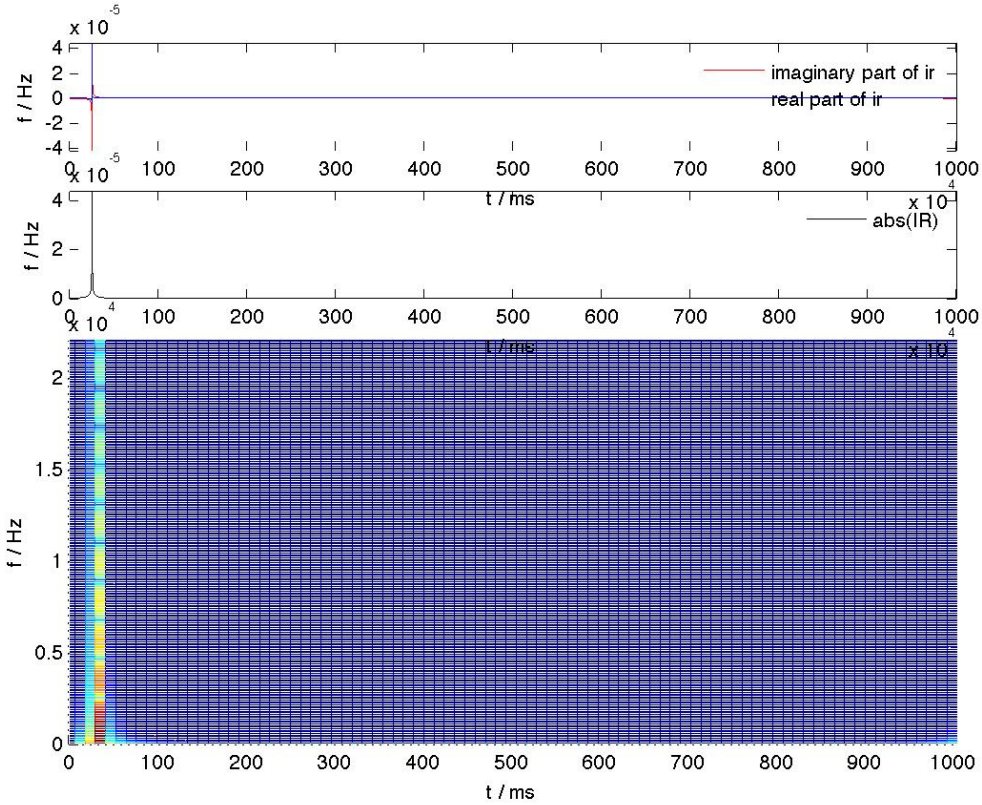

Abbildung 27: Spektrogramm bzw. Wassefalldiagramm einer kreisrunden Membran am Aufpunkt [5 5 5] in m (r=10cm, ideale Nierencharakteristik beaufschlagt, Nfft=512)

3.3 Beispielsimulationen

Um die Verwendung der realisierten Matlab Toolbox zu veranschaulichen, werden im weiteren drei Szenarien bearbeitet. Als erstes wird eine ideale Kugelquelle verwendet, um die generelle Berechnung der Wellenausbreitung zu validieren, danach wird diese mit einem zweiten Monopol in verschiedenen Positionierungen kombiniert. Zuletzt wird, wie in der Beschallungstechnik im Bassbereich in den letzten Jahren immer häufiger verwendet, aus zwei Monopolen eine Nierenförmige Richtcharakteristik erzeugt. Als zweites Beispiel wird eine zwei-Wege-Box anhand realer Messdaten mit unterschiedlichen Frequenzweichen simuliert. Zum Schluss wird ein Line Array aus dem vorher berechneten Lautsprecher (Kapitel 3.3.2) zusammengesetzt und kurz besprochen.

3.3.1 Kombinationen von Monopolen

Die Wellenausbreitung eines Monopols erfährt, wie in Kapitel 2.4.1 gezeigt, pro Entfernungsverdopplung eine Pegelabnahme von -6dB Abbildung (28).
Bei der Wechselwirkung von zwei Monopolen, die größer als $\lambda/2$ auseinander positioniert sind, entsteht

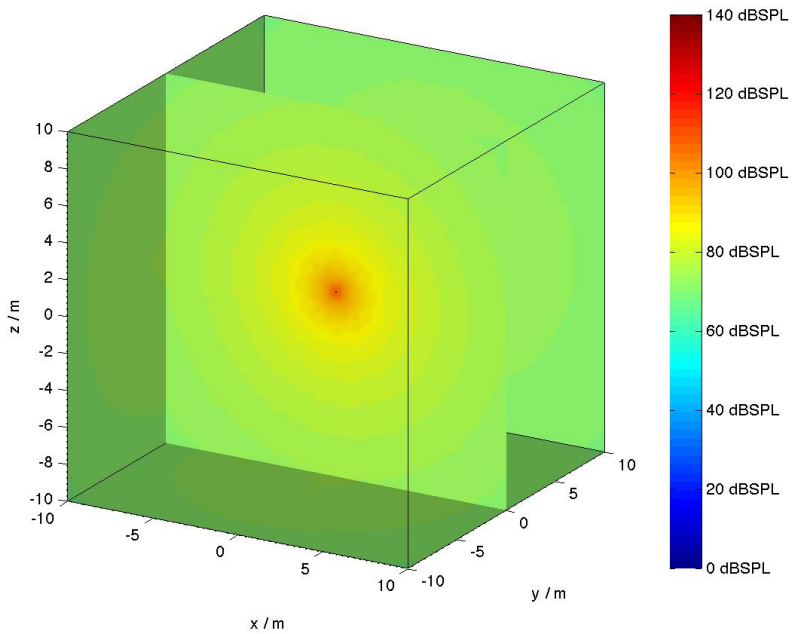

Abbildung 28: Schallfeld einer idealen Kugelquelle mit einer Pegelabnahme von -6dB pro Entfernungsverdopplung

ein komplexes Interferenzmuster wie in Abbildung (29). Bringt man die beiden Kugelquellen näher aneinander ($d < \lambda/2$) und ändert man die Polarisation einer Quelle erhält man einen Dipol (Abbildung (30)). Bei der Realisierung eines Cardioids verwendet man einem gewichteten Dipol. Verzögert man einen der beiden Monopole um eine Zeit τ, die zwischen $\tau = 0$ und der Laufzeit der Schallwelle von einer zur anderen Kugelquelle entspricht ($\tau = \frac{d}{c}$), erhält man je nach Verzögerungszeit einen Dipol (bei $\tau = 0$), eine Super- bzw. Hyperniere (bei $0 < \tau < \frac{d}{c}$), wie in Abbildung (31), oder eine Niere bei $\tau = \frac{d}{c}$. Es kann

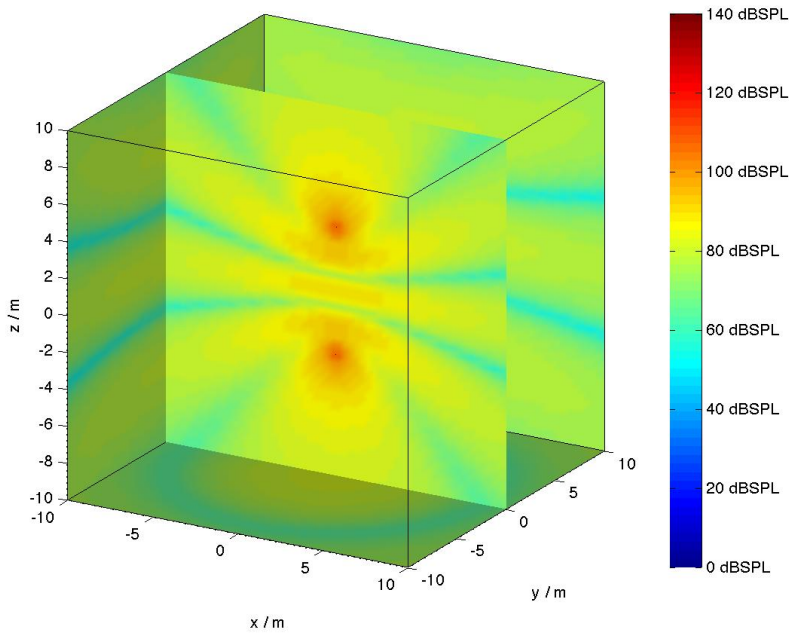

Abbildung 29: Schallfeld zweier idealer Kugelquellen mit einem Abstand von 2λ

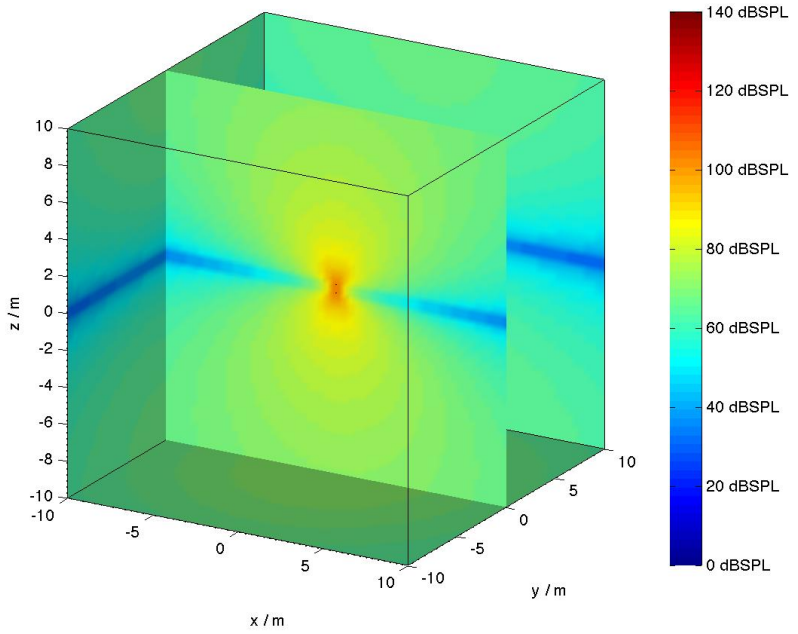

Abbildung 30: Schallfeld eines Dipols

gezeigt werden [Ols73], dass der Pegel der Quellanordnung mit Nierencharakteristik genau dann maximal ist, wenn die beiden Monopole genau $d = \lambda/4$ von einander entfernt sind. Dies wird im folgenden deutlich (Abbildungen (32-33)).

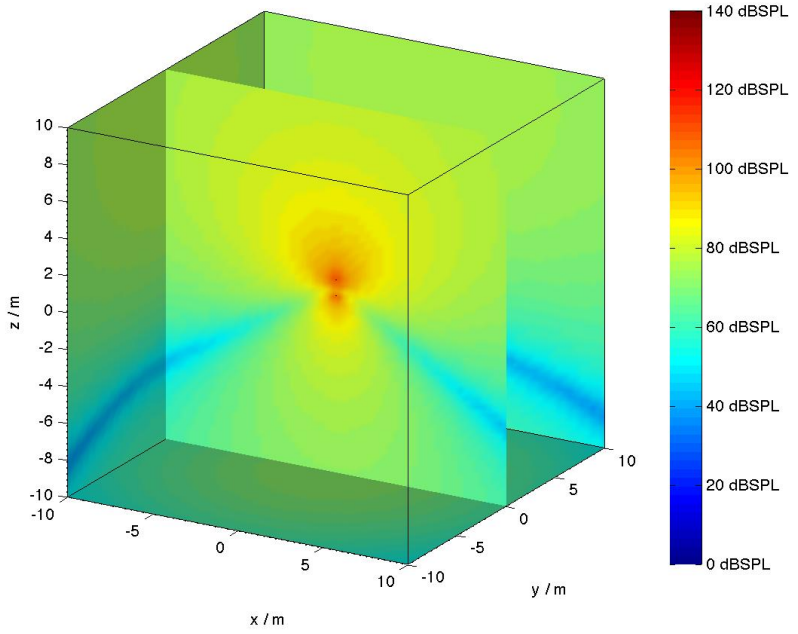

Abbildung 31: Schallfeld eines gewichteten Dipols, die Distanz der beiden Monopole entspricht $\lambda/4$, $\tau = 1.25ms$ $(\lambda/8)$

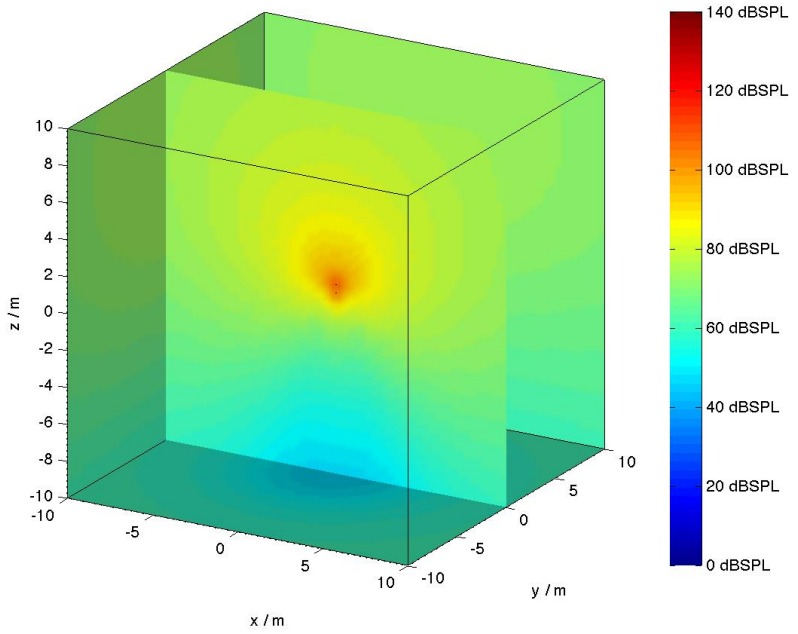

Abbildung 32: Schallfeld eines gewichteten Dipols, die Distanz der beiden Monopole entspricht $\lambda/8$

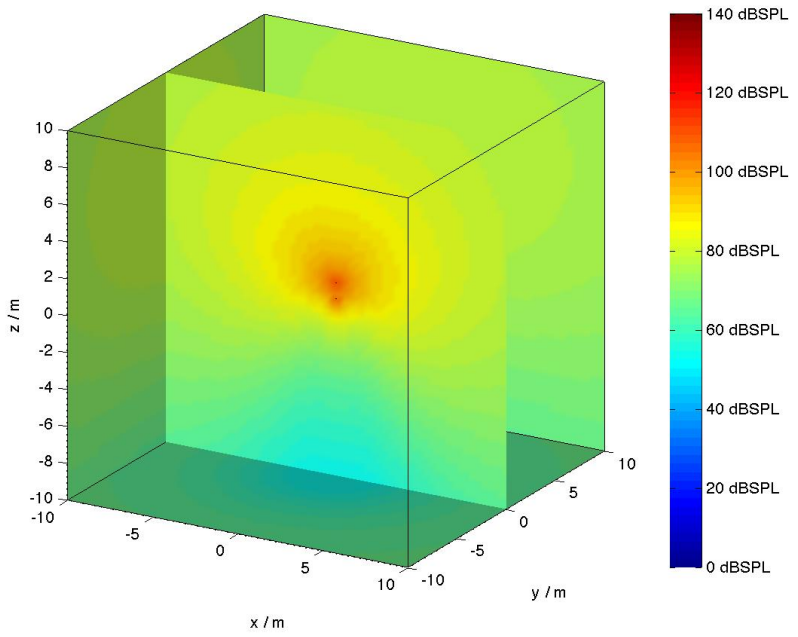

Abbildung 33: Schallfeld eines gewichteten Dipols, die Distanz der beiden Monopole entspricht $\lambda/4$

3.3.2 Weichendesign einer zwei-Wege-Box

Als zweites Beispiel wird eine zwei-Wege-Box mit zwei verschiedenen Frequenzweichen simuliert. Die Rohdaten der einzelnen Lautsprecher wurden getrennt, ohne Frequenzweiche und im Gehäuse eingebaut, gemessen.
Es handelt sich bei dem Chassis um den Koaxialtreiber 17CN225-XT/8 vom Hersteller ViFa. Die Messungen wurden in 60cm Entfernung in einem Raster von 22,5° in der Horizontalen von 0-180° mit der Messsoftware ARTA aufgenommen und mit einem Blackman-Fenster (mit 580 Samples Gesamtlänge und 130 Samples langes "ausfaden") so bearbeitet, dass erste Reflexionen des Messraumes ausgeblendet wurden. Danach wurden die gefensterten Impulsantworten auf eine Länge von 44100 Samples zerogepadded und in die Toolbox als Frequenzantworten importiert.
Zur besseren Veranschaulichung der Simulationsergebnisse wurde eine konventionelle Anordnung der einzelnen Lautsprecherwege gewählt. So wurden in den Berechnungen die Lautsprecher mit einem vertikalen Abstand von 20cm zueinander positioniert. Als Anhaltspunkt wurde eine in einem Bauvorschlag empfohlene Weiche 2. Ordnung mit einer Trennfrequenz von 2,5kHz verwendet und als Butterworthfilter realisiert. So wird im folgenden die Abstrahlung des Strahlers in Form von Balloons im Übergangsbereich sowie als vertikale Isobaren und der Frequenzgang auf Achse gezeigt. Im Anhang ist das dazugehörige Matlab Skript zur Erzeugung der Objekte inklusive deren Parametrisierung zu entnehmen.

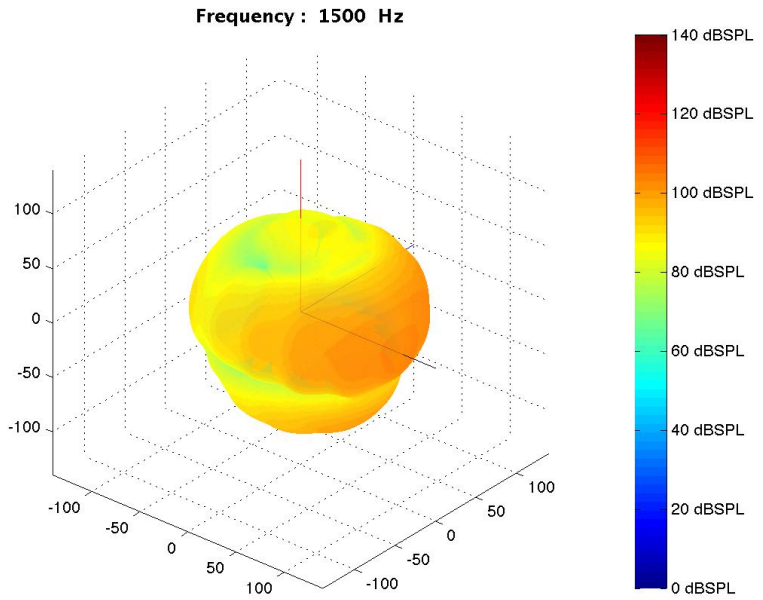

Abbildung 34: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=1,5kHz; Deutlich werden hier die, für die Anordnung typischen, Einschnitte in der Abstrahlung auf Grund von Interferenzen zwischen Schallfeldern der beiden Einzeltreiber dargestellt.

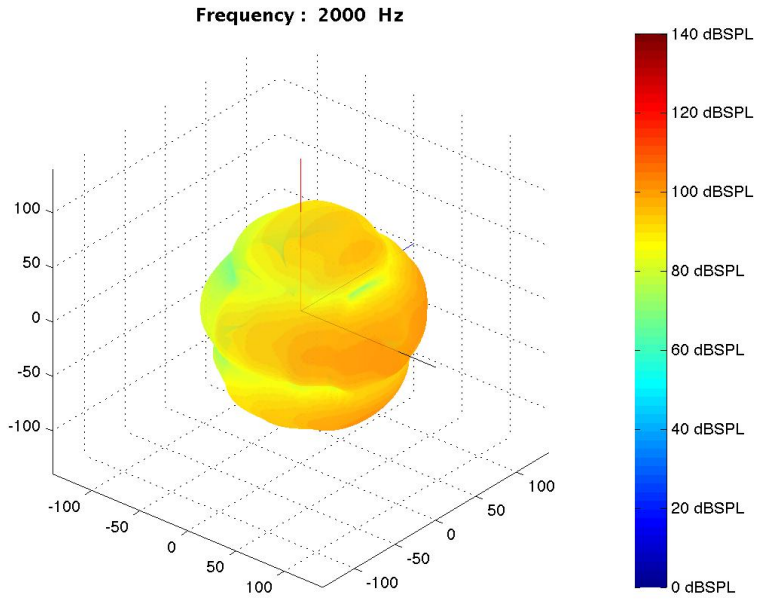

Abbildung 35: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=2kHz; Durch die immer kürzer werdenden Wellenlängen (durch steigende Frequenz) und der Tatsache, dass im Übergangsbereich zwischen Tiefton- und Hochtonweg beide Chassis zur Schallabstrahlung beitragen, erhöht sich die Anzahl der Notches zunehmend.

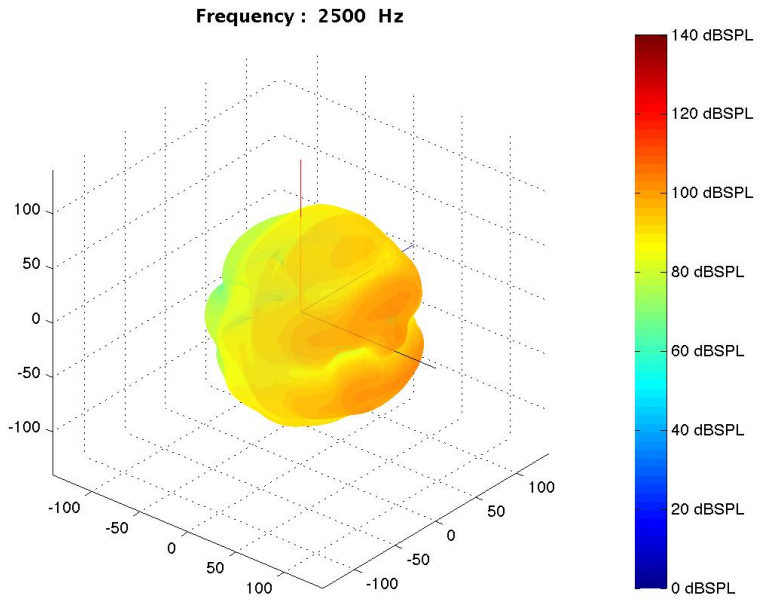

Abbildung 36: Balloon der Lautsprecheranordnung bei der Übergangsfrequenz von f=2,5kHz

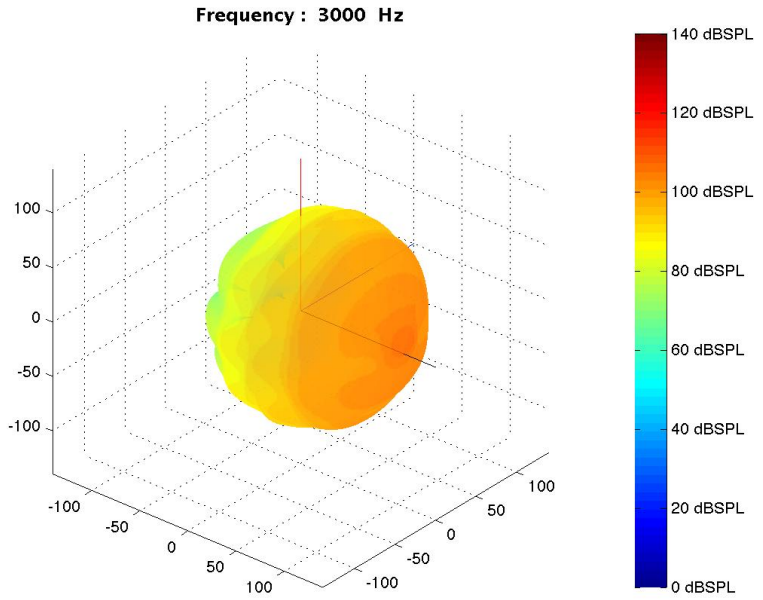

Abbildung 37: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=3kHz

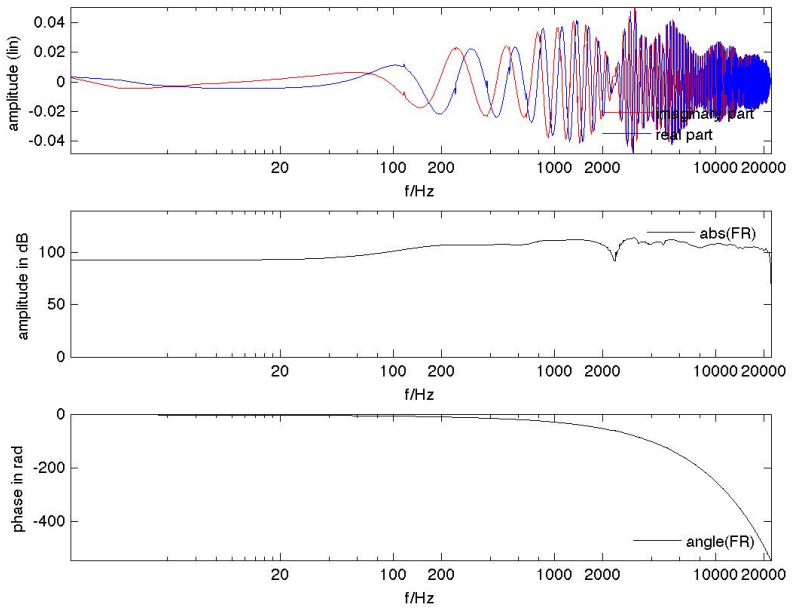

Abbildung 38: Resultierender Frequenzgang der zwei-Wege-Box mit einer IIR Weiche zweiter Ordnung; Auf Grund der flachen Filterflanken der Weiche werden Unregelmäßigkeiten der Einzeltreiber im Übergangsbereich nur leicht ausgeglichen.

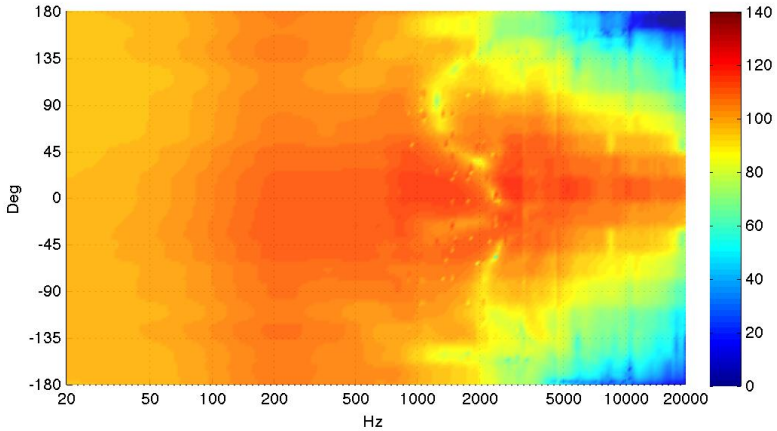

Abbildung 39: Vertikale Isobaren der zwei-Wege-Box; Vor allem im Übergangsbereich sind bei der IIR Trennung die Auslöschungen der beiden Treiber gut erkennbar.

In den Graphiken ist deutlich zu erkennen, dass auf Grund des breitbandigen Übersprechens, resultierend aus der flachflankigen Filterung zwischen den beiden Treibern, und durch ihre räumliche Distanz, Interferenzeffekte zu (räumlich festen) Auslöschungen im Abstrahlverhalten führen, sobald die Treiber mehr als $\lambda/2$ voneinander entfernt sind. So kann ein Richtverhalten beobachtet werden, dass im Übernahmebereich durch Keulen und Notches geprägt ist und nur schwer als ideal bezeichnet werden kann.
Verwendet man nun anstatt einer IIR Weiche eine FIR Weiche können im Hinblick auf das Gruppenlaufzeitverhalten der Filter wesentlich höhere Filtergüten realisiert werden. Das Übersprechen kann damit durch wesentlich steilerer Filterflanken minimiert werden, so dass lediglich an der Übernahmefrequenz eine nennenswerte Welligkeit im Abstrahlverhalten entsteht.
In den folgenden Abbildungen wurde das selbe Lautsprechersystem simuliert. Es wurde lediglich eine FIR Weiche mit wesentlich höherer Flankensteilheit (72. Filterordnung) anstatt der bisherigen IIR Weiche zweiter Ordnung verwendet, so dass deutlich homogenere Abstrahlverhalten realisiert werden. Die Unterschiede sind dabei offensichtlich. Vor allem in den Isobaren kann die Minimierung der Auslöschungen im Übernahmebereich beobachtet werden. Das bei einer solch steilen Trennung der Wege ein abrupter Übergang zwischen Tiefmitteltöner und Hochtontreiber entsteht, der sich eventuell negativ auf den Höreindruck auswirken kann, sei dabei nur am Rande erwähnt.

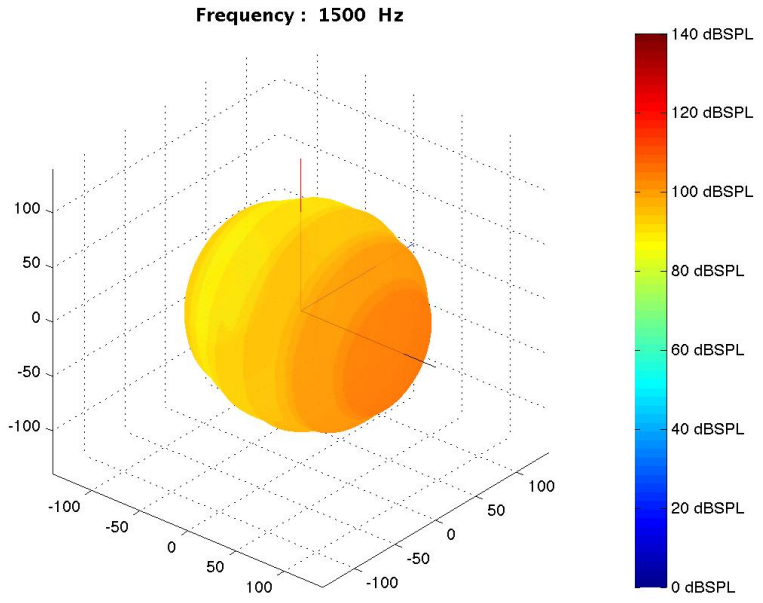

Abbildung 40: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=1,5kHz

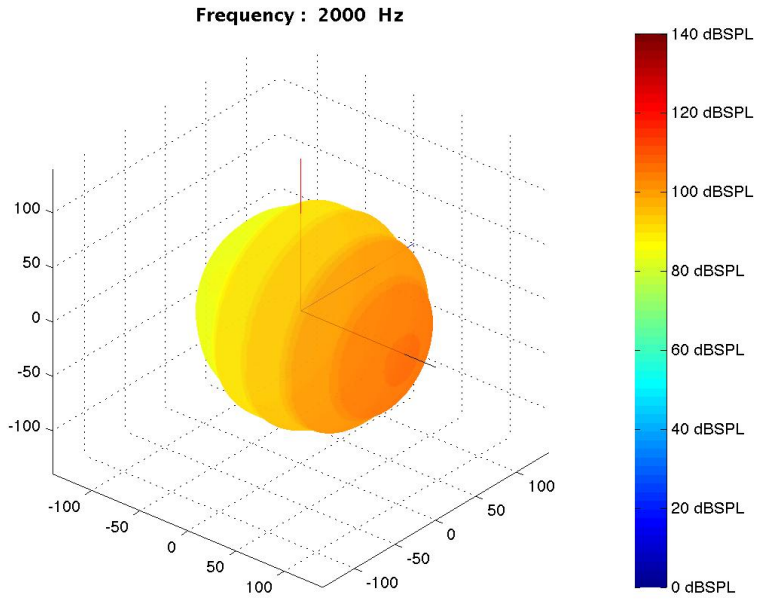

Abbildung 41: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=2kHz

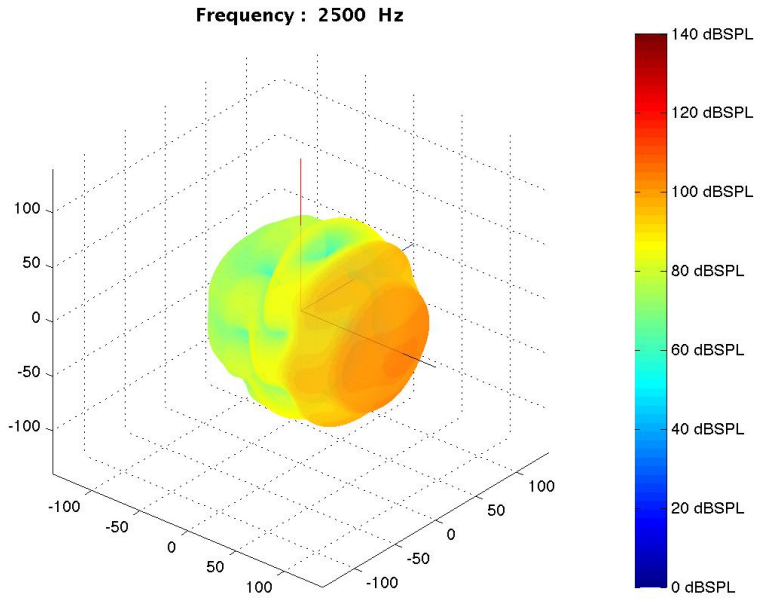

Abbildung 42: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=2,5kHz

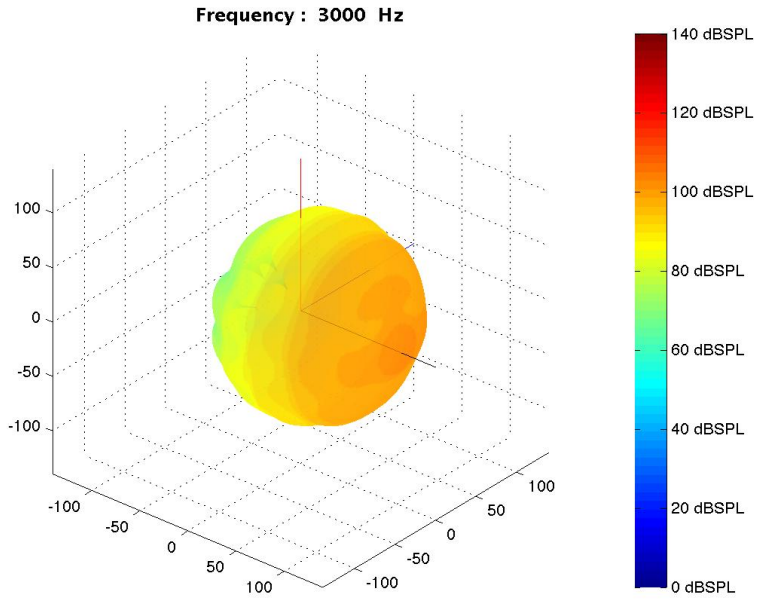

Abbildung 43: Balloon der Lautsprecheranordnung bei einer Frequenz von f=3kHz

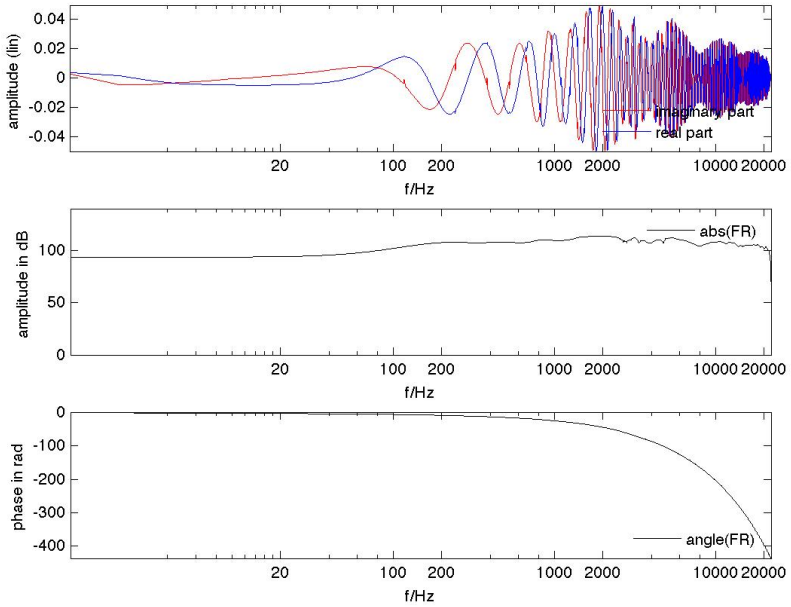

Abbildung 44: Resultierender Frequenzgang der zwei-Wege-Box mit einer IIR Weiche zweiter Ordnung; Durch steilere Flanken ist eine bessere Entzerrung anhand des Weichendesigns möglich - ein glatterer Frequenzgang ist die Folge.

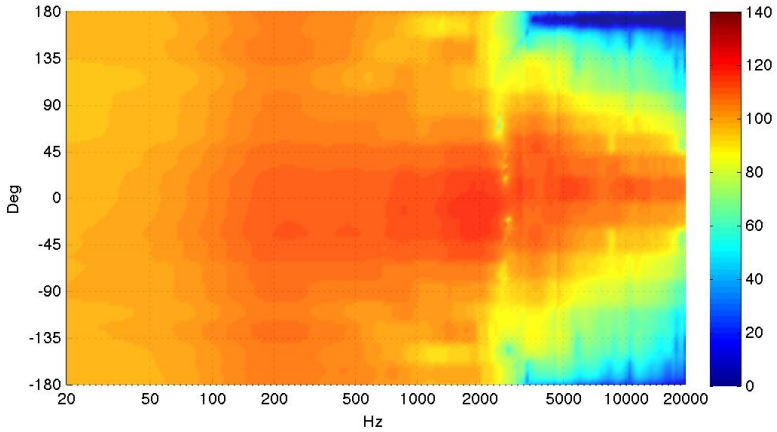

Abbildung 45: Vertikale Isobaren der-zwei-Wege Box; Die durch Übersprechen entstehenden Interferenzmuster im Übergangsbereich können durch eine steilflankige FIR-Trennung minimiert werden.

3.3.3 Simulation eines Line Arrays

Als letztes Beispiel soll nun ein linienförmiges Clustersystem (Line Array) im geraden wie im gebogenen ("gecurvten") Zustand simuliert werden.
Bei der Betrachtung einer geraden Linienquelle kann man sich näherungsweise der theoretschen Hintergründe aus Kapitel 2.4.2 bedienen. So erhält man als Abstrahlfunktion im Fernfeld eine Spaltfunktion aus der, je nach Verhältnis zwischen Wellenlänge und Quelllänge, ein Ausschnitt als konkretes Abstrahlverhalten gesehen werden kann. Bei dieser Vorstellung (Quelle stellt gefensterte ideal unendlich lange Quelle dar) muss jedoch die Bedingung eingehalten werden, dass die Quellmittelpunkte kleiner als $\lambda/2$ von einander entfernt sein müssen [Hei92]. Gilt dies nicht, so bricht die Linienquelle in ein, aus vielen Einzelquellen zusammengesetztes, Quellcluster auf. Ein komplexes Interferenzmuster ist die Folge. Mit dem oben betrachteten Lautsprecher, werden nun die Gegebenheiten nachgebildet. Es werden acht Boxen untereinander, mit dem minimal möglichen Zentrumsabstand von 17cm positioniert. Die Tiefmitteltöner grenzen also nahtlos aneinander an. Die daneben liegenden Hochtöner sind zwangsläufig auch 17cm, von einander entfernt. Das gesamte Quellsystem (bei $x = -4$ positioniert) ist demnach 1,34m hoch, so dass sich unterhalb von 256Hz keine nennenswerte Richtwirkung ergeben wird. Bei 256Hz wird auf Grund der linienförmigen Quelle ein Notch entstehen und die Quelle wird bei Frequenzen über 1kHz langsam aufbrechen. Spätestens bei oder nach der Übernahme der Hochtöner wird keine spaltförmige Abstrahlung mehr zu sehen sein. Es entsteht keine Hauptkeule in der Hauptabstrahlrichtung mehr, sondern (in der Regel) unerwünschte Nebenkeulen und komplexe Interferenzmuster. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die theoretischen Hintergründe des im Kapitel 2.4.2 verwendeten Rayleight Integrals davon ausgehen, dass die Schallschnelle in der gesamten Quellebene bekannt ist und dass die Schallquelle sich in eben dieser Ebene befindet. Diese beiden Bedingungen werden bei den folgenden Bertachtungen (vor allem beim gebogenen Linienstrahler) verletzt. Trotzdem stellen die Berechnungen gute Näherungen (vor allem im Hochtonbereich) dar.

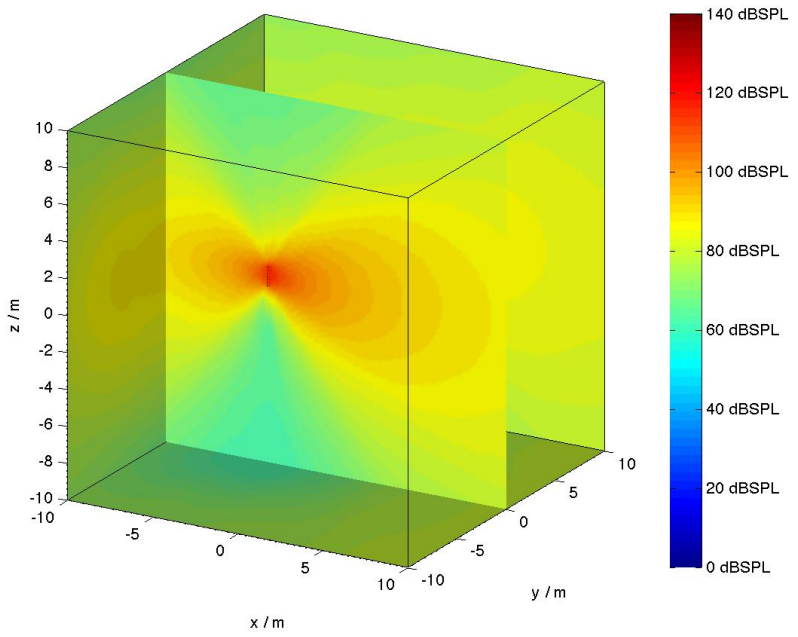

Abbildung 46: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 256Hz; Zu sehen ist der erste entstehende Notch nach oben und unten.

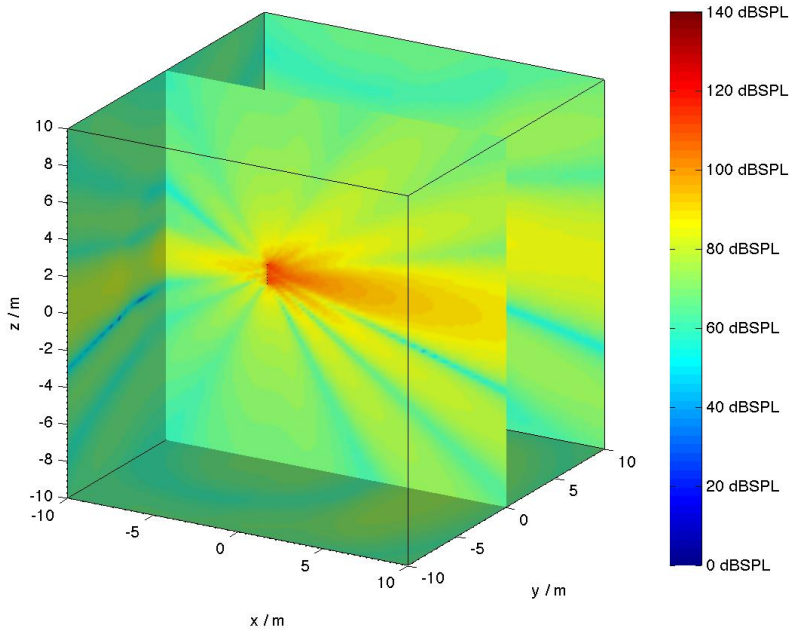

Abbildung 47: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 1kHz; Die Spaltfunktion weißt beim diesem λ/l-Verhältnis drei Notches auf. Die enstehende Haupt- und Nebenkeulenverteilung ist erkennbar.

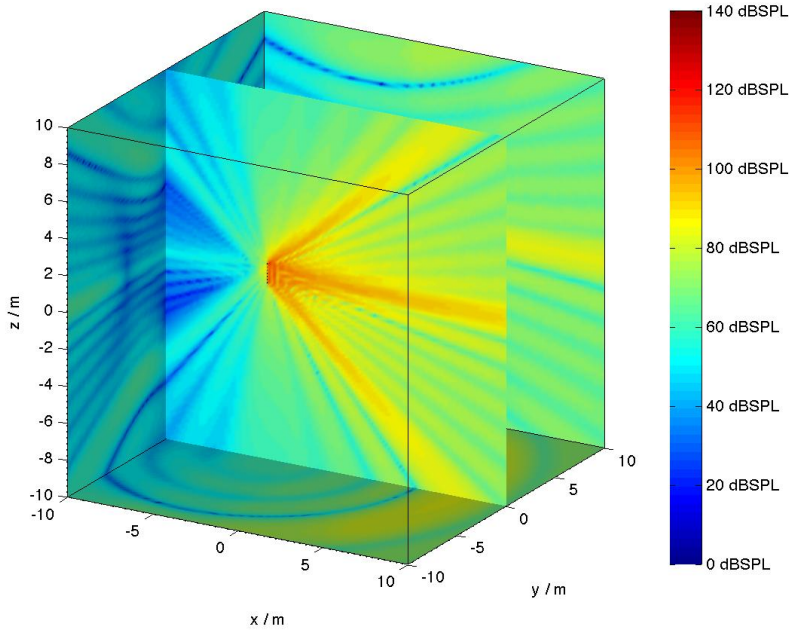

Abbildung 48: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 3kHz; Das hier erzeugte Schallfeld wird von den zu weit voneinander entfernten Hochtönern erzeugt, so dass keine Hauptkeule mehr erkennbar ist.

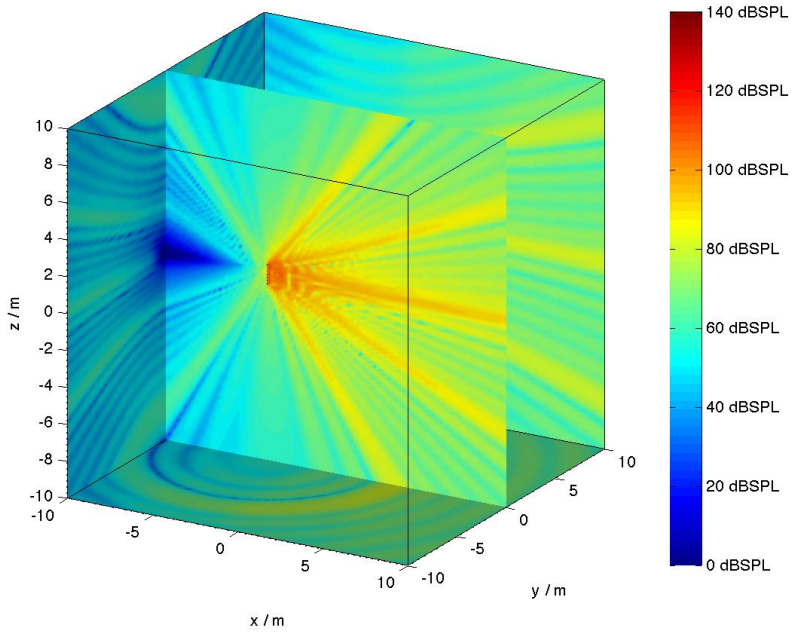

Abbildung 49: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 5kHz; Es entstehen mit steigender Frequenz immer mehr ungewollte Beams.

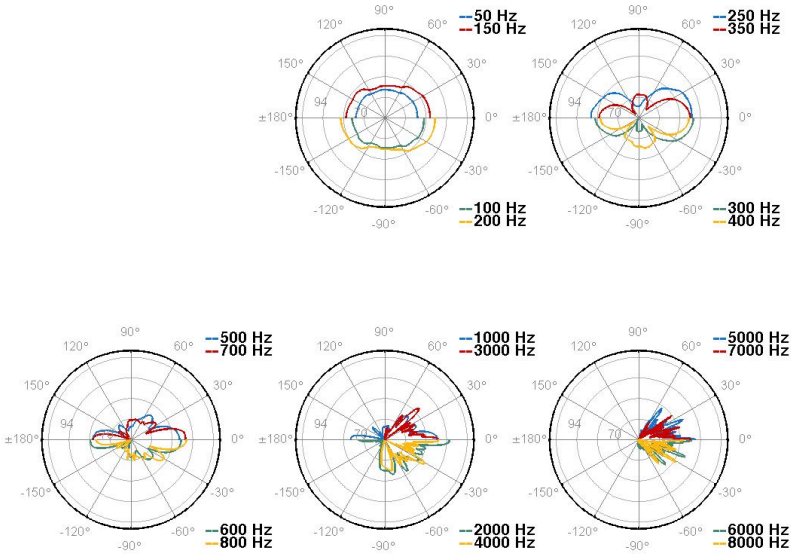

Abbildung 50: Vertikale Polardiagramme der geraden Linienquelle in einer Entfernung von 15m

In der Beschallungstechnik werden solche Systeme (Line Arrays) in der Regel nicht gerade gehängt, da systeminhärent eine sich über die Frequenzen sehr stark ändernde Richtwirkung der Quelle ergibt. Eine Variante die Richtwirkung solcher Anlagen, die besonders bei Großveranstaltungen verwendet wird, homogener über einen weiten Frequenz- und Ortsbereich zu verwirklichen, ist das so genannte Curving, bei dem die Linienquelle gebogen wird und so die Übergänge zwischen einer näherungsweise linienförmigen zu einer punktförmigen Schallabstrahlung gleichmäßiger gemacht werden. Im folgenden Beispiel wird das verwendete System progressiv gecurvet. Der Winkel zwischen den Boxen wird so immer größer. Eine Äufweitung"der Hauptkeule und eine bessere Ausleuchtung des Auditoriums ist die Folge [Ure04].

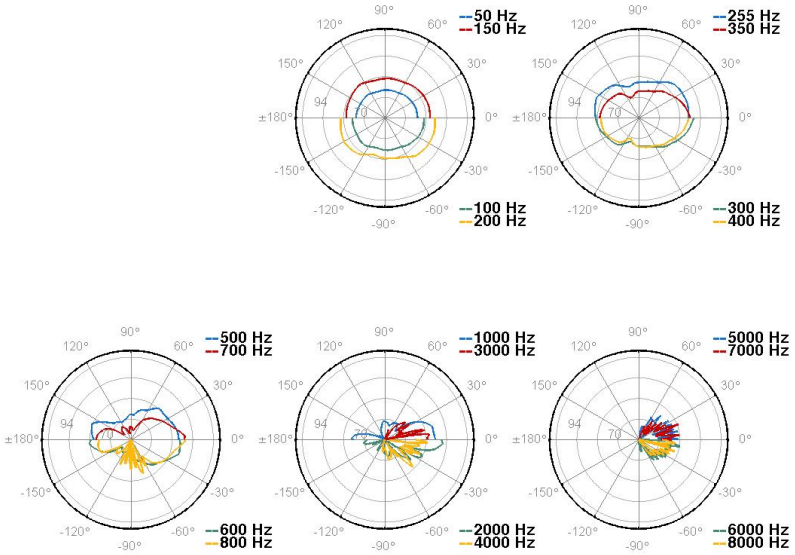

Abbildung 51: Vertikale Polardiagramme der gebogenen Linienquelle in einer Entfernung von 15m

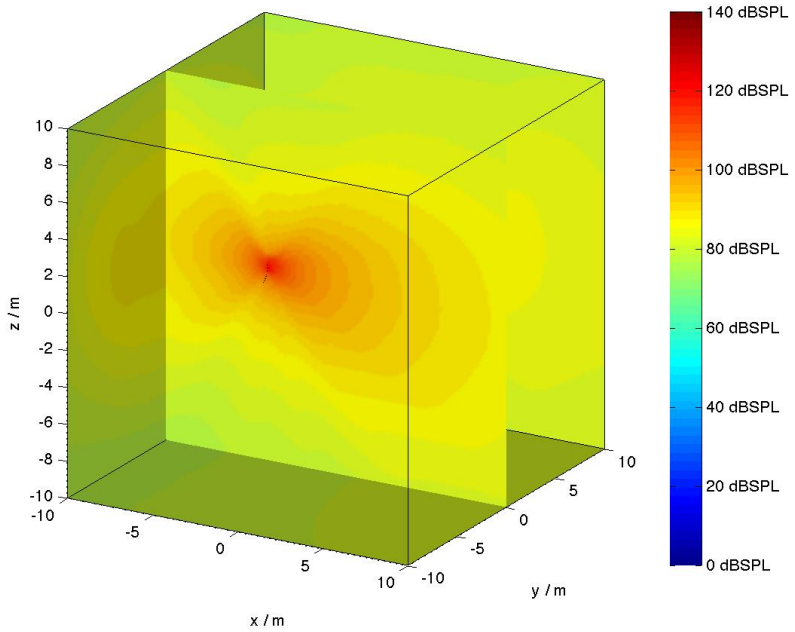

Abbildung 52: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 256Hz eines gebogenen Line Arrays

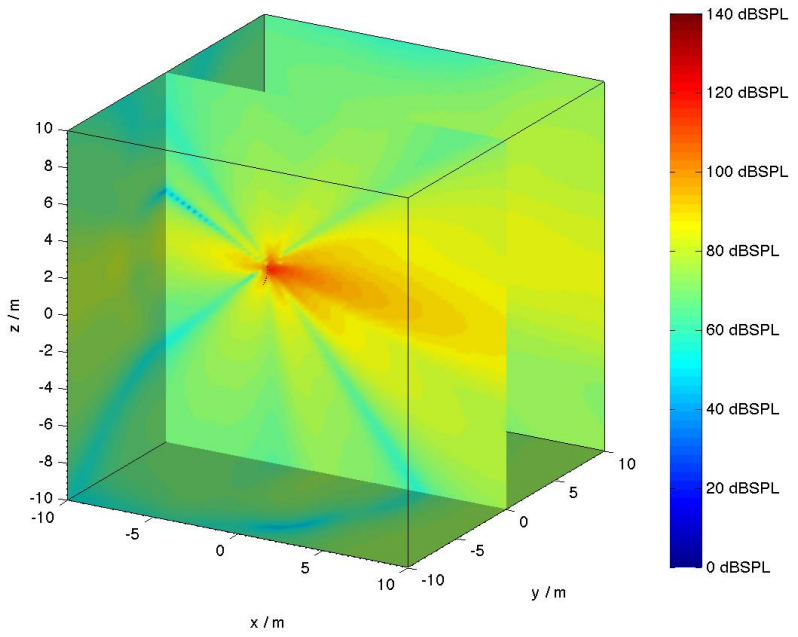

Abbildung 53: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 1kHz eines gebogenen Line Arrays

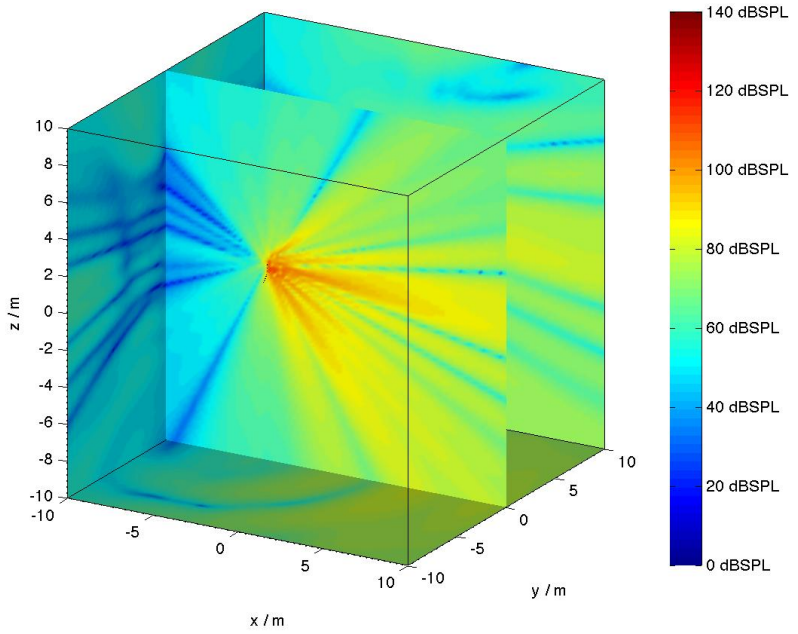

Abbildung 54: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 3kHz eines gebogenen Line Arrays

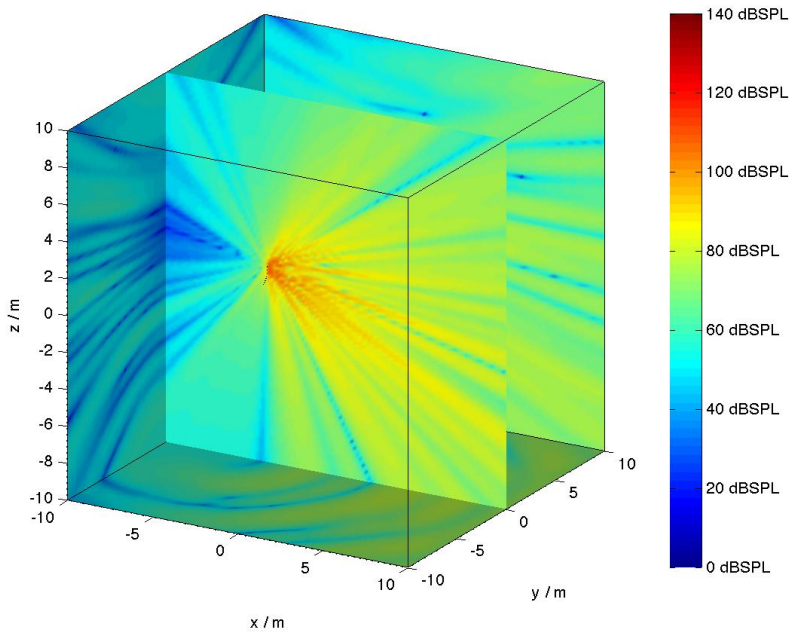

Abbildung 55: Entstehende Schalldruckverteilung im Raum bei 5kHz eines gebogenen Line Arrays

3.4 Zusammenfassung und Ausblick

Abschließend soll im Sinne eines kritischen Resümees erwähnt werden, dass dieser Art der Simulation deutliche Grenzen gesetzt sind. Auf Grund der Verwendung von Fernfelddaten, die jedoch nur selten allen Bedingungen des Fernfeldes genügen, können weder Aussagen für das Nahfeld (das für große Geometrien bzw. hohe oder tiefe Frequenzen große Ausmaße annehmen kann) getroffen werden, noch können Fehler im gemessenen und daher auch im prädizierten Pegel bei einer Verletzung der Fernfeldbedingungen nicht verhindert werden.
Trotz der Unzulänglichkeiten muss jedoch angemerkt werden, dass die Ergebnisse überwiegend realitätsnahe und damit gute Näherungen ergeben, so dass die Vorteile der Recheneffizienz, sowie die der geringen Bindung an Eingabeformate und Genauigkeiten, für die meisten Anwendungen überwiegen und so eine gelungene Alternative für aufwendigere numerische Verfahren darstellt.
Als Ergänzungen und Erweiterungen der Toolbox könnten zum einen als weitere Klasse eine Strahlerkombination eingeführt werden, in der dann mehrere Radiator-Objekte eingefügt werden und so Stereo- oder Mehrkanalsysteme auf einfache Weise berechnet werden können. Zum Anderen wäre eine Raumsimulation mittels Spiegelquellenverfahren denkbar. Die Algorithmischen Voraussetzungen dafür sind mit den Filterungsmöglichkeiten bereits vorhanden.

4 Anhang

4.1 Code zu 3.1

```
%%  EXAMPLE 3.1 - COMBINATIONS OF MONOPOLS

%% PARAMETER SETTINGS
f=100;
c=343;
lambda = c/f;

%% CREATION OF SOURCES WITH LEVEL CALIBRATION
m1 = source;
m2 = source;
calibin(m1,90,1000);
calibin(m2,90,1000);

%% PLOT OF M1
plot(m1,'spl','f',f,'prop','','com','off');

%% CREATION OF RADIATORS
mono = radiator;
dipo = radiator;
card1 = radiator;
card2 = radiator;

%% MONOPOL + MONOPOL; DISTANCE: d=2*lambda
d = 2*lambda;
addsource(mono,m1,'position',[0 0 d/2],'prop',{''})
addsource(mono,m2,'position',[0 0 -d/2],'prop',{''})
plot(mono,'spl','f',f,'com','off');

%% DIPOL
d = lambda/8;
addsource(dipo,m1,'position',[0 0 d/2],'prop',{''})
addsource(dipo,m2,'position',[0 0 -d/2],'prop',{''})
set(dipo.ComponentsData{1},'Polarity',-1)
plot(dipo,'spl','f',f,'com','off');

%% CARDIOID1; DISTANCE: d=lambda/8
d = lambda/8;
addsource(card1,m1,'position',[0 0 d/2],'polarity',-1,'prop',{''},'delay',1.25)
addsource(card1,m2,'position',[0 0 -d/2],'prop',{''})
plot(card1,'spl','f',f,'com','off');
```

```
%% CARDIOID2; DISTANCE: d=lambda/4
d = lambda/4;
addsource(card2,m1,'position',[0 0 d/2],'polarity',-1,'prop',{''},'delay',2.5)
addsource(card2,m2,'position',[0 0 -d/2],'prop',{''})
plot(card2,'spl','f',f,'com','off');

%% HYPER CARDIOID; DISTANCE: d=lambda/4
set(card2.ComponentsData{1},'Delay',1.25)
plot(card2,'spl','f',f,'com','off');
```

4.2 Code zu 3.2

```
%%  EXAMPLE 3.2 - XOVER DESIGN

%% WINDOW OF IMPULSRESPONSES
Nfft = 44100;
win_ = blackman(260)';
winht = repmat([win_(1:130) ones(1,320) win_(131:end) zeros(1,Nfft-580)],9,1);
wintt = repmat([win_(1:130) ones(1,320) win_(131:end) zeros(1,Nfft-580)],9,1);

%% READ IRs FOR HT VIFA COAX
inHT = zeros(9,Nfft);
inHT(1,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_000_Grad.wav',Nfft);
inHT(2,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_023_Grad.wav',Nfft);
inHT(3,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_045_Grad.wav',Nfft);
inHT(4,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_068_Grad.wav',Nfft);
inHT(5,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_090_Grad.wav',Nfft);
inHT(6,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_113_Grad.wav',Nfft);
inHT(7,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_135_Grad.wav',Nfft);
inHT(8,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_158_Grad.wav',Nfft);
inHT(9,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_180_Grad.wav',Nfft);
inHT = inHT.*winht;

%% READ IRs FOR TT VIFA COAX
inTT = zeros(9,Nfft);
inTT(1,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_000_Grad.wav',Nfft);
inTT(2,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_023_Grad.wav',Nfft);
inTT(3,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_045_Grad.wav',Nfft);
inTT(4,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_068_Grad.wav',Nfft);
inTT(5,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_090_Grad.wav',Nfft);
inTT(6,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_113_Grad.wav',Nfft);
inTT(7,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_135_Grad.wav',Nfft);
inTT(8,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_158_Grad.wav',Nfft);
inTT(9,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_180_Grad.wav',Nfft);
```

```
inTT = inTT.*wintt;

%% SET GRID
G = [0 0; 23 0; 45 0; 68 0; 90 0; 113 0; 135 0; 158 0; 180 0];

%% CREATE SOURCES
ht = source('FR',fft(inHT,[],2),'Grid',G);
set(ht,'Name','HT');
set(ht.SourceDef,'SourceGeometry','circ')
set(ht.SourceDef,'SourceDim',[0.025 0.025])
set(ht.SourceDef,'Dist',0.6)

tt = source('FR',fft(inTT,[],2),'Grid',G);
set(tt,'Name','TT');
set(ht.SourceDef,'SourceGeometry','circ')
set(ht.SourceDef,'Dist',0.6)

%% CALIBRATE INPUTVECTORS
calibin(ht,109,1000);
calibin(tt,106,1000);

%% DO CORRECTION OF IMPULS RESPONSES (ARTA - WEIGHTING)
ht.FR = ht.FR .* repmat(ht.FR(1,1)./tt.FR(:,1) ,1,Nfft);
tt.FR = tt.FR .* repmat(tt.FR(1,1)./tt.FR(:,1) ,1,Nfft);

%% CREATE RADIATOR
LSP = radiator;
set(LSP,'Name','2Way without XOver')
addsource (LSP,ht,'position',[0 0 0.1],'prop',{'prop','card'},'fac',0.8,'Gain',6);
addsource (LSP,tt,'position',[0 0 -0.1],'prop',{'prop',''},'fac',0.8);

%% CREATE HIGH AND LOW PASS FILTER
fc = 2500;
fs = get(ht,'fs');
N = 2;
[hpB, hpA] = butter(N,fc/fs,'high');
[lpB, lpA] = butter(N,fc/fs,'low');

%% SET FILTER COEFFICIENTS IN RADIATOR DEPENDENT PROPERTIES OF SOURCES
set(LSP.ComponentsData{1},'filter',{hpB hpA});
set(LSP.ComponentsData{2},'filter',{lpB lpA});
set(LSP,'Name','2Way with 2nd Ord. XOver, fc=3k5')

%% PLOTS WITH IIR XOVER
plot(LSP,'balloon','f',1500,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
```

```
plot(LSP,'balloon','f',2000,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'balloon','f',2500,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'balloon','f',3000,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'isobar','com','off')
plot(LSP,'fr','position',[2 0 0],'com','off')

%% LOAD FIR FILTER
hpfir = open('VifaLSP/hpfir.mat');
lpfir = open('VifaLSP/lpfir.mat');
lpfir = lpfir.lpfir;
hpfir = hpfir.hpfir;
set(LSP.ComponentsData{1},'filter',{hpfir 1});
set(LSP.ComponentsData{2},'filter',{lpfir 1});
set(LSP,'Name','2Way with fir XOver, fc=3k5')

%% PLOTS WITH FIR XOVER
plot(LSP,'balloon','f',1500,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'balloon','f',2000,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'balloon','f',2500,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'balloon','f',3000,'Resolution',[1 1],'Radius',2,'com','off')
plot(LSP,'isobar','com','off')
plot(LSP,'fr','position',[2 0 0],'com','off')
```

4.3 Code zu 3.3

```
%%  EXAMPLE 3.3 - LINE ARRAY DESIGN

%% WINDOW OF IMPULSRESPONSES
Nfft = 44100;
win_ = blackman(260)';
winht = repmat([win_(1:130) ones(1,320) win_(131:end) zeros(1,Nfft-580)],9,1);
wintt = repmat([win_(1:130) ones(1,320) win_(131:end) zeros(1,Nfft-580)],9,1);

%% READ IRs FOR HT VIFA COAX
inHT = zeros(9,Nfft);
inHT(1,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_000_Grad.wav',Nfft);
inHT(2,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_023_Grad.wav',Nfft);
inHT(3,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_045_Grad.wav',Nfft);
inHT(4,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_068_Grad.wav',Nfft);
inHT(5,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_090_Grad.wav',Nfft);
inHT(6,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_113_Grad.wav',Nfft);
inHT(7,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_135_Grad.wav',Nfft);
inHT(8,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_158_Grad.wav',Nfft);
inHT(9,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxHT_180_Grad.wav',Nfft);
inHT = inHT.*winht;

%% READ IRs FOR TT VIFA COAX
inTT = zeros(9,Nfft);
inTT(1,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_000_Grad.wav',Nfft);
inTT(2,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_023_Grad.wav',Nfft);
inTT(3,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_045_Grad.wav',Nfft);
inTT(4,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_068_Grad.wav',Nfft);
inTT(5,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_090_Grad.wav',Nfft);
inTT(6,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_113_Grad.wav',Nfft);
inTT(7,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_135_Grad.wav',Nfft);
inTT(8,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_158_Grad.wav',Nfft);
inTT(9,:)=wavread('VifaLSP/VifaCoaxTT_180_Grad.wav',Nfft);
inTT = inTT.*wintt;

%% SET GRID
G = [0 0; 23 0; 45 0; 68 0; 90 0; 113 0; 135 0; 158 0; 180 0];

%% CREATE SOURCES
ht = source('FR',fft(inHT,[],2),'Grid',G);
set(ht,'Name','HT');
set(ht.SourceDef,'SourceGeometry','circ')
set(ht.SourceDef,'SourceDim',[0.025 0.025])
set(ht.SourceDef,'Dist',0.6)
```

```
tt = source('FR',fft(inTT,[],2),'Grid',G);
set(tt,'Name','TT');
set(ht.SourceDef,'SourceGeometry','circ')
set(ht.SourceDef,'Dist',0.6)

%% CALIBRATE INPUTVECTORS
calibin(ht,93,1000);
calibin(tt,90,1000);

%% DO CORRECTION OF IMPULSRESPONSES (ARTA - WEIGHTING)
ht.FR = ht.FR .* repmat(ht.FR(1,1)./tt.FR(:,1) ,1,Nfft);
tt.FR = tt.FR .* repmat(tt.FR(1,1)./tt.FR(:,1) ,1,Nfft);

%% CREATE RADIATOR
LA = radiator;

%% LOAD FIR FILTER
hpfir = open('VifaLSP/hpfir.mat');
lpfir = open('VifaLSP/lpfir.mat');
lpfir = lpfir.lpfir;
hpfir = hpfir.hpfir;

%% INCLUDE SOURCES TO STRAIGHT LA RADIATOR
%% POSITIONS OF SOURCES
Pht = [0  0.1  0.595;...
       0  0.1  0.425;...
       0  0.1  0.255;...
       0  0.1  0.085;...
       0  0.1 -0.085;...
       0  0.1 -0.255;...
       0  0.1 -0.425;...
       0  0.1  0.595];

Ptt = [0 -0.1  0.595;...
       0 -0.1  0.425;...
       0 -0.1  0.255;...
       0 -0.1  0.085;...
       0 -0.1 -0.085;...
       0 -0.1 -0.255;...
       0 -0.1 -0.425;...
       0 -0.1  0.595];

set(LA,'Name','LineArray')
set(LA,'Position',[-4 0 0])
```

```
addsource (LA,ht,'position',Pht,'prop',{'prop','card'},'fac',...
           0.8,'Gain',6,'filtercoeff',{hpfir 1});
addsource (LA,tt,'position',Ptt,'prop',{'prop',''},'fac',0.8,...
           'filtercoeff',{lpfir 1});

%% PLOTS WITH STRAIGHT LINE ARRAY
plot(LA,'spl','f',256,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LA,'spl','f',1000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LA,'spl','f',3000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LA,'spl','f',5000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LA,'polar','com','off','resolution',...
     [10 .1],'Radius',15,'f',[(50:50:400),...
     (500:100:800), (1000:1000:8000)],'Plotdynamic',[58 110]);

%% CURVED ARRAY
LAc = radiator;


%% INCLUDE SOURCES TO STRAIGHT LA RADIATOR
%% POSITIONS OF SOURCES
Phtc = [    0  0.1  0.595;...
            0  0.1  0.425;...
        -0.01  0.1  0.245;...
        -0.03  0.1  0.055;...
        -0.06  0.1 -0.025;...
        -0.10  0.1 -0.155;...
        -0.15  0.1 -0.275;...
        -0.21  0.1 -0.385];

Pttc = [    0 -0.1  0.595;...
            0 -0.1  0.425;...
        -0.01 -0.1  0.245;...
        -0.03 -0.1  0.055;...
        -0.06 -0.1 -0.025;...
        -0.10 -0.1 -0.155;...
        -0.15 -0.1 -0.275;...
        -0.21 -0.1 -0.385];

%% ROTATIONS OF SOURCES
Rc   = [0   0  0;...
        0   0  0;...
        0  -1  0;...
        0  -3  0;...
        0  -6  0;...
        0 -10  0;...
```

```
        0 -15  0;...
        0 -21  0];

set(LAc,'Name','LineArray cruved')
set(LAc,'Position',[-4 0 0])
addsource (LAc,ht,'position',Phtc,'Rotation',Rc,'prop',{'prop','card'},'fac',...
           0.8,'Gain',6,'filtercoeff',{hpfir 1});
addsource (LAc,tt,'position',Pttc,'Rotation',Rc,'prop',{'prop',''},'fac',0.8,...
           'filtercoeff',{lpfir 1});

%% PLOTS FOR PROGRESSIVE CURVED ARRAY
plot(LAc,'spl','f',256,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LAc,'spl','f',1000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LAc,'spl','f',3000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LAc,'spl','f',5000,'Resolution',[120 120 120],'com','off')
plot(LAc,'polar','com','off','resolution',[10 .1],'Radius',15,...
     'f',[50 100 150 200 255 300 350 400 500 600 700 800, (1000:1000:8000)],...
     'Plotdynamic',[58 110]);
```

Literatur

[AF07] W. Ahnert, S. Feistl, “GLL - A new standard for measuring and storing loudspeaker performance data“, White Paper, 2007

[ASt70] M. Abramowitz, I. Stegun, “Handbook of mathematical functions“, 1970

[AW04] G. B. Arfken, H . J. Weber, “Mathematical Methods for Physicists“, Academic Press, 2004

[Bar07] H. J. Bartsch, “Taschenbuch mathematischer Formeln“, Hanser Fachbuch, 2007

[Bro08] I. N. Bronstein, “Taschenbuch der Mathematik“, Deutsch, 2008

[Goe00] . Goertz, “Definition des Monkey Forest Balloon Formates“, White Paper, 2000

[Hei92] Ch. Heil, M. Urban, “Sound fields radiated by arrayed multiple sound sources“, AES Convention Preprint 3269, 1992

[Moes07] M. Möser, “Technische Akustik“, Springer Verlag, 2007

[Moes09] M. Möser, “Theoretische Akustik“, Skript zur Vorlesung, 2009

[Ols73] H. F. Olson, “Gradient Loundspeakers“, JAES Vol. 21,1973

[OS99] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck, “Discrete-Time Signal Processing“, Prentice Hall, 1999

[Ure04] M. Ureda, “Analysis of loudspeaker line arrays“, JAES Vol.52 No.5, 2004

[Wil99] E. G. Williams, “Fourier Acoustics“, Academic Press, 1999

[Zot10] . Zotter, “Sound Radiation with sherical arrays“, 2010

[ZZ93] E. Zwicker, M. Zollner, “Elektroakustik“, Springer Verlag, 1993