

# **Diskrete Lautsprechermodelle zur Simulation des Membranhubs und des Schalldrucks**

Bachelorarbeit

durchgeführt von

**Andreas Gaich**  
([gaich@student.tugraz.at](mailto:gaich@student.tugraz.at))

Graz, im Mai 2011

Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation  
der Technischen Universität Graz

Leiter: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gernot Kubin

Betreuer: Dipl.-Ing Holger Hiebel

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....

(Unterschrift)

## Zusammenfassung

Beim Einbau eines Lautsprechers in eine Umgebung, in der auf Grund von kompakter Bauweise Platzmangel herrscht (z.B. Handys), gilt der Membranhub des Lautsprechers als wesentliches Entwurfskriterium. Dieser ist von den physikalischen Eigenschaften des Lautsprechers und von dem an der Schwingspule anliegenden Signal abhängig. Die Ermittlung des Maximalhubs mittels Laserdistanzmessung ist zwar genau, aber nicht immer zweckdienlich, da für jedes beliebige Signal eine neue Messung nötig wäre. Außerdem ist manchmal eine Messung mit Laser gar nicht möglich (wenn z.B. ein zu kleiner Schallauslass auf der Vorderseite des Lautsprechergehäuses die Lasermessung verhindert). Es wird daher in dieser Arbeit nach einer Möglichkeit gesucht, den Membranhub durch eine Simulation genau genug anzunähern, um Aussagen über das reale Schwingverhalten der Membran machen zu können. Als erster Lösungsansatz wird die Berechnung eines linearen IIR-Filters aus dem Thiele-Small Parametersatz des entsprechenden Lautsprechers vorgestellt. Es folgt eine zweite Variante, welche die Generierung eines linearen FIR-Filters aus einem vorgegebenen SPL-Frequenzgang vorsieht. Die beiden Ansätze werden miteinander verglichen und an Hand einer Referenz-Laserdistanzmessung ausgewertet. Als zusätzlicher Punkt ist auch die Bestimmung des SPL-Frequenzgangs mit diesen Filtermodellen vorgesehen. Es werden die Grenzen der Modelle, die durch Vernachlässigung nichtlinearen Verhaltens des realen Lautsprechers entstehen, aufgezeigt, sowie die durch die diskrete Modellierung entstehenden Fehler besprochen. Die Implementierung der Filter und die Simulation erfolgt in Matlab.

## Abstract

*For loudspeaker design in mobile applications the excursion of the loudspeaker diaphragm is an important criterion. It depends on the physical characteristics of the loudspeaker and the input driving signal. An accurate measurement can be performed with a laser but this is not always convenient because the results depend on every single driving input. Moreover a laser distance measurement is not always possible. The goal of this thesis is to find discrete-time filter models which simulate and represent the excursion behavior of any real loudspeaker. In addition to that the sound pressure at a given distance should also be calculated. Therefore two different approaches were made. The first one introduces a filter design of a linear IIR-filter with respect to a loudspeaker's Thiele-Small parameters. The second approach uses a SPL-frequency response measurement as a basis for determining a linear FIR filter. The two approaches will be compared to each other and to a reference laser distance measurement. The errors which are made by neglecting the nonlinear components of a loudspeaker and the use of a discrete-time model are discussed. The implementation of the filters and the simulations result in Matlab.*

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Lineares Lautsprechermodell .....</b>	<b>1</b>
1.1	<i>Elektrische Domäne .....</i>	2
1.2	<i>Mechanische Domäne .....</i>	3
1.3	<i>Akustische Domäne .....</i>	4
1.4	<i>Akustische Abstrahlung .....</i>	5
<b>2</b>	<b>Übertragungsfunktionen des zeitkontinuierlichen Modells .....</b>	<b>6</b>
2.1	<i>Elektrische Admittanz .....</i>	6
2.2	<i>Rezeptanz eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	7
2.3	<i>Mobilität eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	9
2.4	<i>Akzeleranz eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	10
<b>3</b>	<b>Zeitdiskrete Modellierung .....</b>	<b>11</b>
3.1	<i>Filterentwurfstechniken .....</i>	12
3.1.1	<i>Filterentwurf mittels Impuslinvarianzmethode .....</i>	12
3.1.2	<i>Filterentwurf mittels bilinearer Transformation .....</i>	13
3.1.3	<i>Frequenzabtastung .....</i>	14
3.1.4	<i>Vergleich der Filterentwürfe .....</i>	14
3.1.5	<i>Fehlgeschlagene Filterentwurfstechniken .....</i>	15
3.2	<i>Elektrische Admittanz .....</i>	16
3.3	<i>Rezeptanz eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	17
3.4	<i>Mobilität eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	19
3.5	<i>Akzeleranz eines Einfreiheitsgradschwingers .....</i>	20
<b>4</b>	<b>Zeitdiskretes Lautsprechermodell .....</b>	<b>21</b>
4.1	<i>Bestimmung aus den Thiele-Small Parametern .....</i>	21
4.1.1	<i>Berechnung der Membranauslenkung .....</i>	21
4.1.2	<i>Berechnung des Schalldrucks .....</i>	25
4.1.3	<i>Berechnung des Spulenstroms .....</i>	26
4.1.4	<i>Validierung des zeitdiskreten Lautsprechermodells .....</i>	27
4.1.4.1	<i>Vergleich der Impulsantworten .....</i>	28
4.2	<i>Bestimmung aus dem Schalldruckpegel – Frequenzgang .....</i>	29
4.2.1	<i>1/N-tel Oktavfilterung .....</i>	29
4.2.2	<i>Interpolation/Extrapolation des gemessenen Frequenzgangs .....</i>	30
4.2.2.1	<i>Extrapolation der Messdaten .....</i>	30
4.2.2.2	<i>Interpolation der Messdaten .....</i>	31
4.2.3	<i>Konstruktion des minimalphasigen Filters .....</i>	31
4.2.4	<i>Konstruktion des linearphasigen Filters .....</i>	33

# Inhaltsverzeichnis

4.2.5	Ermittlung der Membranauslenkung .....	34
4.2.5.1	Baffle Step Equalizer .....	34
4.2.5.2	Baffle/ Freifeld SPL-Kurven .....	35
4.3	<i>Vergleich der beiden Ansätze</i> .....	37
4.4	<i>Inverser Ansatz – Vorgabe eines Membranhubfrequenzgangs</i> .....	39
4.4.1	Verifizierung des Membranfrequenzgangs .....	39
4.5	<i>Hörvergleich linear- und minimalphasiger Filtermodelle</i> .....	41
<b>5</b>	<b>Fazit</b> .....	<b>43</b>
<b>6</b>	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>44</b>
<b>Anhang A</b>	<b>Liste der Thiele-Small Parameter</b> .....	<b>45</b>
<b>Anhang B</b>	<b>Implementierte Matlab-Funktionen</b> .....	<b>46</b>

## 1 Lineares Lautsprechermodell

Abb. 1-1 zeigt den Aufbau eines klassischen dynamischen Lautsprechers. Die Schwingspule ist mit der Membran verbunden, welche über die Sicke am Korb des Lautsprechers befestigt ist. Die Zentrierung der gesamten Membrankonstruktion erfolgt über die Zentrierspinne. Der Permanentmagnet erzeugt ein magnetisches Feld, das sich über den Luftspalt bei den oberen Polplatten konzentriert ausbildet.

Wenn nun ein Strom durch die Schwingspule fließt, wird auf Grund elektrodynamischer Grundgesetze eine Kraft entstehen, die die Schwingspule und somit auch die Membran in Bewegung versetzt.

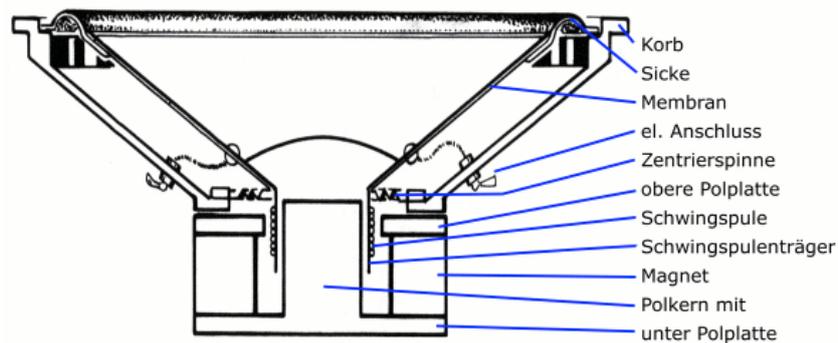


Abb. 1-1 Aufbau eines klassischen dynamischen Lautsprechers

Das Schwingverhalten der Membran eines Lautsprechers wird im Wesentlichen durch seine elektrischen (Schwingspule) und mechanischen (Geometrie, Materialparameter) Eigenschaften bestimmt, die zusammengefasst zu repräsentativen Lautsprecherparametern führen. Diese Parameter werden in einem elektro-mechanischen Ersatzschaltbild zur besseren Veranschaulichung zusammengefasst. Es besteht die Möglichkeit mit Hilfe elektromechanischer Analogien das gesamte Modell als elektrisches Ersatzschaltbild darzustellen. Dies bietet den Vorteil, dass bekannte Gesetze und Rechenverfahren der Elektrotechnik auf die mechanischen Elemente des Lautsprechers angewandt werden können.

Wenn die Membranauslenkung innerhalb bestimmter Grenzen bleibt, kann der Lautsprecher durch ein einfaches lineares Modell dargestellt werden, das sich in 3 verschiedene Bereiche gliedern lässt:

- Elektrische Domäne
- Mechanische Domäne
- Akustische Domäne

Die Verwendung eines linearen Lautsprechermodells ist eine grobe Vereinfachung der realen physikalischen Gegebenheiten. Zum Beispiel ist der magnetische Fluss über den Bereich der Auslenkung nicht homogen, was zu Verzerrungen führt [3], [4]. Selbiges gilt auch für die Federsteifigkeit der Aufhängung, um nur die 2 dominantesten Effekte zu nennen.

Weiters werden Partialschwingungen vernachlässigt, die sich ausbilden können, wenn Frequenzen mit einer Wellenlänge, die im Bereich der Membranabmessungen und darunter liegen, abgestrahlt werden. Eventuelles Kriechverhalten der Membranaufhängung wird ebenfalls nicht berücksichtigt.

## 1.1 Elektrische Domäne

Um mechanische Vorgänge mit Hilfe elektrischer zu beschreiben, bzw. um eine Verbindung zwischen den beiden Domänen herstellen zu können, ist eine Transformation notwendig. Eine Möglichkeit ist dabei die FI-Analogie (Kraft-Strom Analogie; für nähere Informationen siehe [1, Kapitel 2]). Wenn man von einer FI-Analogie ausgeht, dann lässt sich das elektrische Ersatzschaltbild des Lautsprechers wie in Abb. 1-2 darstellen. Der Übertrager bildet zusammen mit dem FI-Einheitswandler den idealen dynamischen Wandler, der die elektro-mechanische Übersetzung beschreibt. Der Widerstand  $R_e$  und die Induktivität  $L_e$  sind der resistive bzw. reaktive Anteil der Schwingspule. Bei festgebremster Membran ( $v_d = 0$ ) können diese Größen gemessen werden [1].

Die Ansteuerung des Lautsprechers erfolgt zumeist über einen niederohmigen Verstärkerausgang. Dieser wird durch eine ideale Spannungsquelle modelliert.

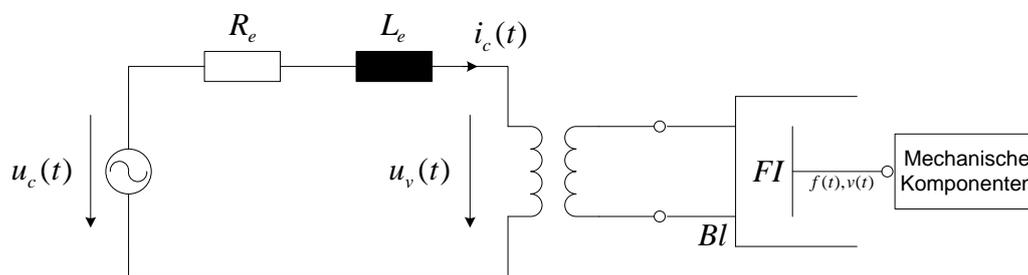


Abb. 1-2 Elektrisches Ersatzschaltbild der Schwingspule mit angekoppelten FI-Einheitswandler

Eine Spannung  $u_c(t)$  am Eingang hat einen Strom  $i_c(t)$  zur Folge, der über die Wandlerkonstante  $Bl$  eine Kraft  $f_d(t)$  erzeugt. Diese Kraft wirkt dann auf die Lautsprechermembran. Durch die Auslenkung der Membran wird aber eine Spannung  $u_v(t)$  von der Sekundärseite auf die Primärseite des Übertragers rückinduziert und wirkt gegen die Spulenspannung  $u_c(t)$  (AKTIO=REAKTIO). Die rückinduzierte Spannung folgt dabei den Grundgesetzen der Elektrodynamik und lässt sich zu  $u_v(t) = Blv_d(t)$  berechnen.

Alle Zusammenhänge können in eine Gleichung gefasst werden:

$$u_c(t) = \left( R_e + \frac{d}{dt} L_e \right) i_c(t) + Blv_d(t) \quad (1.1)$$

Im eingeschwungenen Zustand kann diese Gleichung auch im Laplacebereich angeschrieben werden:

$$u_c(s) = (R_e + sL_e)i_c(s) + Blv_d(s) \quad (1.2)$$

$u_c(s)$	angelegte Spannung an der Schwingspule
$i_c(s)$	Strom durch die Schwingspule
$R_e$	Spulenwiderstand
$L_e$	Spuleninduktivität
$Bl$	Transduktionskoeffizient
$v_d(s)$	Geschwindigkeit der Membran

## 1 Lineares Lautsprechermodell

Widerstand  $R_e$  und Induktivität  $L_e$  sind auch oft zusammengefasst als Spulenimpedanz  $Z_e$  angeschrieben.  $Z_e$  beschreibt die elektrische Impedanz bei festgebremster Membran. Für Gleichung (1.2) ergibt sich also allgemein:

$$u_c(s) = Z_e i_c(s) + Bl v_d(s) \quad (1.3)$$

### 1.2 Mechanische Domäne

Die mechanischen Komponenten und Bewegungsabläufe des einfachen linearen Modells werden durch einen mechanischen Einfreiheitsgradschwinger dargestellt. Abb. 1-3 zeigt die wesentlichen Teile eines solchen Modells.

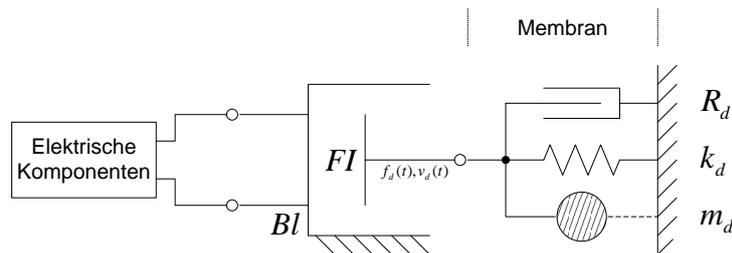


Abb. 1-3 Mechanisches Ersatzschaltbild der Membran und vorgekoppelter FI-Einheitswandler

Die 3 Elemente beschreiben dabei:

$m_d$	Masse der Membrankonstruktion
$R_d$	Mechanische Reibung in der Membranaufhängung
$k_d$	Federsteifigkeit der Membranaufhängung

Zur Vereinfachung werden folgende Eigenschaften der Elemente vorausgesetzt:

- Die Masse ist inkompressibel
- Die Reibkraft ist rein schnelleproportional ("Stokes'sche Reibung")
- Die Steifigkeit der Feder ist auslenkungsunabhängig

Aus der Mechanik sind folgende Grundgleichungen bekannt:

$$f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}; \quad f(t) = R \frac{dx(t)}{dt}; \quad f(t) = kx(t)$$

In eine Gleichung zusammengefasst ergibt das die dynamische Grundgleichung eines Oszillators:

$$f_c(t) = m_d \frac{d^2 x_d(t)}{dt^2} + R_d \frac{dx_d(t)}{dt} + k_d x_d(t) \quad (1.4)$$

$f_c(t)$	Kraft, die auf die Schwingspule ausgeübt wird
$x_d(t)$	Auslenkung der Membran

Einmal nach der Zeit integriert, lässt sich die Kraft in Abhängigkeit der Membrangeschwindigkeit  $v_d$  berechnen:

$$f_c(t) = m_d \frac{dv_d(t)}{dt} + R_d v_d(t) + k_d \int v_d(t) dt \quad (1.5)$$

Gleichung (1.5) in den Laplace-Bereich transformiert und als Übertragungsfunktion angeschrieben ergibt die mechanische Impedanz  $Z_m$ .

$$Z_m(s) = \frac{f_c(s)}{v_d(s)} = sm_d + R_d + \frac{k_d}{s} \quad (1.6)$$

Aus Gleichung (1.6) ist erkennbar, dass es sich bei der Membran des Lautsprechers um ein mechanisches Resonanzsystem handelt. Dieses System kann durch seine Eigenfrequenz und die Dämpfungskonstante beschrieben werden [3].

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_d}{m_d}} \quad \text{Eigenkreisfrequenz der Membrankonstruktion}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{R_d}{\sqrt{k_d m_d}} \quad \text{Dämpfungsfaktor der Membrankonstruktion}$$

Diese Konstanten werden später benutzt um die abgeleiteten Übertragungsfunktionen darzustellen.

### 1.3 Akustische Domäne

Die in Kapitel 1.2 aufgestellte Gleichung (1.6) ist nur gültig für den Fall, dass die Lautsprechermembran im Vakuum betrieben wird. Bei Betrieb in Luft findet eine Belastung der Lautsprechermembran durch die sie umgebenden Luftmoleküle statt. Dieser Einfluss kann durch weitere lineare Elemente beschrieben werden, die die Bewegungsgleichung (1.4) erweitern. Alle diese Einflüsse werden in einer eigenen separierten Impedanz zusammengefasst, die sich Strahlungsimpedanz  $Z_{rad}(s)$  nennt.

Da die akustischen Effekte das mechanische Verhalten des Lautsprechers verändern, ist es üblich mit Hilfe mechano-akustischer Analogien die Strahlungsimpedanz  $Z_{rad}(s)$  als äquivalente mechanische Strahlungsimpedanz  $Z_{rm}(s)$  darzustellen, wobei folgender Zusammenhang besteht [1]:

$$Z_{rad}(s) = \frac{p(s)}{q(s)} = \frac{F}{S_d} \frac{1}{v_d S_d} = \frac{Z_{rm}(s)}{S_d^2} \quad (1.7)$$

$p(s)$	Schalldruck
$q(s)$	Schallfluss
$S_d$	effektive Abstrahlfläche der Lautsprechermembran

Die gesamte mechanische Impedanz ist somit definiert als:

$$Z_{mt}(s) = \frac{f_c(s)}{v_d(s)} = Z_m(s) + Z_{rm}(s) \quad (1.8)$$

Bei Einbau des Lautsprecherchassis in eine unendliche Schallwand (unendlich bedeutet hier ausreichend groß im Verhältnis zum Lautsprechermembrandurchmesser) ist die äquivalente

mechanische Strahlungsimpedanz  $Z_{rm}(s)$  durch die Massenhemmung der Luft (siehe [1, Kapitel 5]) bestimmt. Es gilt folgender Zusammenhang:

$$Z_{rm}(s) = sm_m = sm_a S_d \quad \text{für} \quad k * r_d < 1 \quad (1.9)$$

$m_m$	Mediummasse
$m_a$	akustische Masse
$k = \frac{\omega}{c}$	Wellenzahl
$r_d$	Membranradius

Die gesamte Impedanz ergibt sich letztendlich aus Membran- und äquivalenter mechanischer Strahlungsimpedanz unter Zusammenfassung von Gleichungen (1.6), (1.8), (1.9):

$$Z_{mt}(s) = sm_t + R_t + \frac{k_t}{s}; \quad m_t = m_d + m_m; \quad R_t = R_d; \quad k_t = k_d$$

## 1.4 Akustische Abstrahlung

“Unter der Voraussetzung, dass eine Schallquelle klein gegenüber der abgestrahlten Wellenlängen ist, kann eine Quelle in ausreichend großer Entfernung als Kugelstrahler betrachtet werden. Dies gilt auch für jede beliebige Form der Quelle [1, S.50]. Eine solche Quelle kann in ihrer Wirkung vollständig durch ihre Ergiebigkeit  $Q$  beschrieben werden, wobei mit Ergiebigkeit der Schallfluss gemeint ist.“

$$Q = \oint v_a dS_d \quad (1.10)$$

Bedingung für Kugelabstrahlung:

$$k * r_d < 1;$$

Für das Visaton GF200 z.B. trifft das auf Frequenzen kleiner 800Hz zu.

Mit diesem Ansatz kann unter Annahme harmonischer Schwingungen laut [1, Kapitel 5.1] gezeigt werden:

$$p_r(s) = \rho_L S_d \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} s v_a(s) = \rho_L S_d \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} a_d(s) \quad (1.11)$$

Der Schalldruck  $p_r(s)$  ist also indirekt proportional zum Abstand  $r$  und direkt proportional zur Membranbeschleunigung  $a_d(s)$  und der Luftdichte  $\rho_L$ , welche temperaturabhängig ist. Bei einer Abstrahlung in den Halbraum, wie das z.B. beim Einbau in eine schallharte Wand der Fall ist, verdoppelt sich der Schalldruck.

$$p_r(s) = \rho_L S_d \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} a_d(s) \quad (1.12)$$

Bei hohen Frequenzen  $k * r_d > 1$  erfolgt eine gebündelte Abstrahlung. Der Schalldruck ist dabei in Richtung der Flächennormalen der Membran am größten [1]. Diese Abstrahlung wird näherungsweise durch die Theorie der Kolbenmembran beschrieben. In dieser Arbeit wird es aber als ausreichend betrachtet, nur von kugelförmiger Abstrahlung im tiefen Frequenzbereich auszugehen.

## 2 Übertragungsfunktionen des zeitkontinuierlichen Modells

In Bezug auf Lautsprecher wird in vielen ausgewählten Literaturenstellen (z.B. [1]) beschrieben, wie die im Kapitel 1 beschriebenen Domänen (elektrisch, mechanisch, akustisch) in **ein** äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild umgeformt werden können. Auf Grund der Analogien entspricht z.B. die elektrische Wirkleistung am Ausgang des Systems der akustisch abgegebenen Wirkleistung. Bei dieser Vorgehensweise bekommt man aber keinen Einblick zu einzelnen Eigenschaften des Lautsprechers wie z.B. die Membranauslenkung oder die Membranschnelle.

In dieser Arbeit wird versucht einen direkteren Bezug der Übertragungsfunktionen zu den elektrischen, mechanischen und akustischen Vorgängen herzustellen, indem jede Domäne separiert als eigenständiger Signalverarbeitungsblock betrachtet wird [3]. Daraus ergeben sich folgende Übertragungsfunktionen:

- |                          |   |                    |
|--------------------------|---|--------------------|
| • Elektrische Admittanz  |   | elektrische Domäne |
| • Rezeptanz              | } | mechanische Domäne |
| • Mobilität              |   |                    |
| • Akzeleranz             |   |                    |
| • Akustische Abstrahlung |   | akustische Domäne  |

Natürlich können die einzelnen Domänen nicht wirklich voneinander getrennt werden, da z.B. durch die Auslenkung der Lautsprechermembran in der Schwingspule eine rückwirkende Spannung induziert wird. Nach der Herleitung der eben vorgestellten Übertragungsfunktionen in den Kapiteln 2.1-2.4 wird aber in Kapitel 4.1 gezeigt, dass durch Aneinanderreihung der einzelnen Übertragungsfunktionen zu einem Regelkreis das lineare Lautsprechermodell dennoch vollständig beschreibbar ist.

### 2.1 Elektrische Admittanz

Die elektrische Admittanz  $Y_e(s)$  der Lautsprecherspule ist als Inverse der Spulenimpedanz  $Z_e(s)$  definiert:

$$Y_e(s) = \frac{i_c(s)}{u_c(s)} = \frac{1}{R_e + sL_e} \quad (2.1)$$

Die Spulenadmittanz  $Y_e$  setzt die an der Schwingspule anliegende Spulenspannung  $u_c$  in einen Strom  $i_c$  um. Durch Umformung der Gleichung (2.1) wird ersichtlich, dass es sich bei der Übertragungsfunktion um einen Tiefpass erster Ordnung handelt:

$$Y_e(s) = \frac{1}{R_e} \frac{1}{1 + s \frac{L_e}{R_e}} \quad \text{mit} \quad f_g = \frac{1}{2\pi \frac{L_e}{R_e}}$$

Abb. 2-1 vergleicht elektrische Admittanzen verschiedener Lautsprecherchassis. Im Konkreten handelt es sich um das Tieftonchassis Visaton GF200, das Mitteltonchassis Beyma 5 M30 und das Hochtonchassis Peerless M122. Eine Zusammenfassung der zugehörigen Thiele-Small Parameter findet man im Anhang A.

## 2 Übertragungsfunktionen des zeitkontinuierlichen Modells

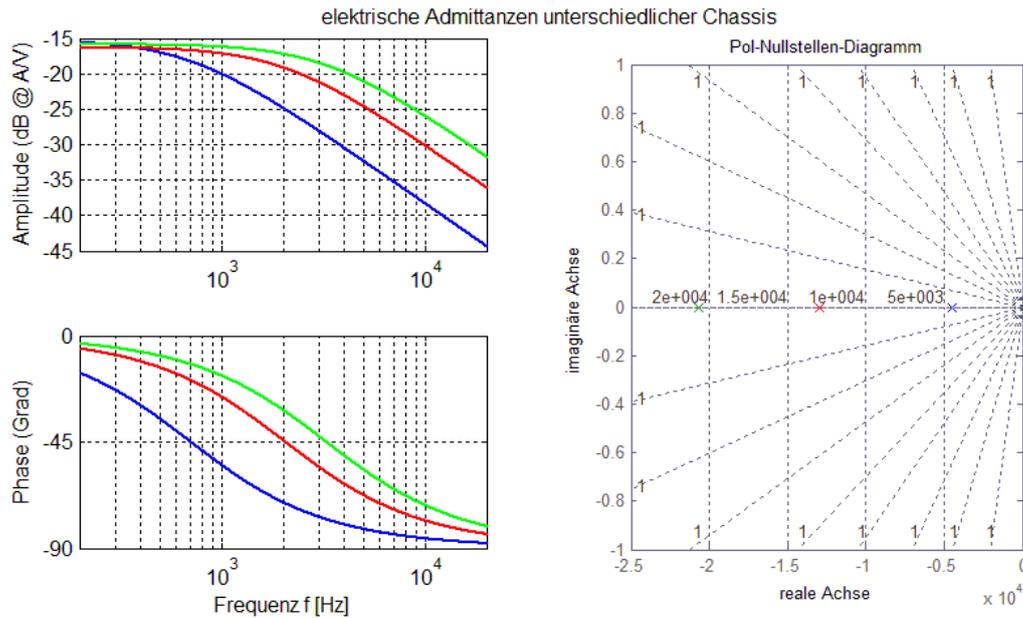


Abb. 2-1 blau: Visaton GF200  $f_g = 710\text{Hz}$ ; rot: Beyma 5 M30  $f_g = 2069\text{Hz}$ ; grün: Peerless M122  $f_g = 3289\text{Hz}$

### 2.2 Rezeptanz eines Einfreiheitsgradschwingers

Die Rezeptanz oder dynamische Nachgiebigkeit  $X_m$  des Lautsprechers beschreibt die Auslenkung der Membran  $x_d$  pro Kraft  $f_c$ . Ausgehend von Gleichung (1.4) ergibt die Transformation in den Laplace-Bereich:

$$X_m(s) = \frac{x_d(s)}{f_c(s)} = \frac{1}{s^2 m_t + s R_t + k_t} \quad (2.2)$$

Für die spätere Diskretisierung der Übertragungsfunktion mittels Impulsinvarianz ist es notwendig eine Faktorisierung des Nenners und anschließend eine Partialbruchzerlegung durchzuführen.

**Faktorisierung des Nenners:**

$$X_m(s) = \frac{1}{s^2 m_t + s R_t + k_t} = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}$$

---

**PBZ:**  $\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{A}{s-s_1} + \frac{B}{s-s_2} \quad ; (s-s_1)$

$$\frac{1}{(s-s_2)} = A + \frac{s-s_1}{s-s_2} B$$

$$A|_{s=s_1} = \frac{1}{s_1-s_2} \quad ; \quad B|_{s=s_2} = \frac{1}{s_2-s_1}$$


---

$$\Rightarrow \underline{X_m(s)} = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{1}{m_t} \left[ \frac{1}{(s_1-s_2)(s-s_1)} + \frac{1}{(s_2-s_1)(s-s_2)} \right] = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{1}{s-s_1} - \frac{1}{s-s_2} \right] \quad (2.3)$$

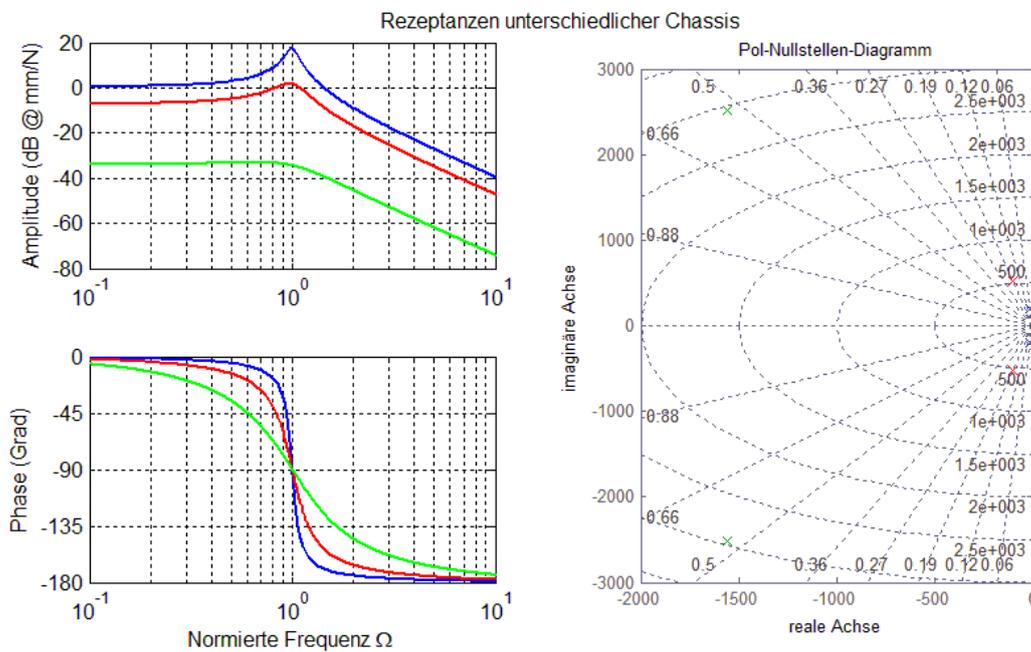
**Berechnung der Polstellen:**

$$s^2 + s \frac{R_t}{m_t} + \frac{k_t}{m_t} = 0$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = -\frac{R_t}{2m_t} \pm \sqrt{\left(\frac{R_t}{2m_t}\right)^2 - \frac{k_t}{m_t}} \quad (2.4)$$

Gleichung (2.4) ausgedrückt durch Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  und Dämpfungsfaktor  $\delta$  aus Kapitel 1.2 ergibt für die Polstellen der zeitkontinuierlichen Rezeptanz:

$$s_{1,2} = -\omega_0 \delta \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \delta^2} \quad (2.5)$$



**Abb. 2-2 blau:** Visaton GF200  $f_0 = 31\text{Hz}$ ; **rot:** Beyma 5 M30  $f_0 = 85\text{Hz}$ ; **grün:** Peerless M122  $f_0 = 470\text{Hz}$

### 2.3 Mobilität eines Einfreiheitsgradschwingers

Die Inverse der mechanischen Impedanz  $Z_m$  beschreibt das Verhältnis von Membrangeschwindigkeit  $v_d$  zur Kraft  $f_c$ , die auf die Schwingspule wirkt und wird als mechanische Admittanz bzw. Mobilität  $Y_m$  bezeichnet. Aus Gleichung (1.6) folgt unter Berücksichtigung der Membranbelastung (1.8) durch die sie umgebende Luft:

$$Y_m(s) = \frac{v_d(s)}{f_c(s)} = \frac{s}{s^2 m_t + s R_t + k_t} \quad (2.6)$$

Nach Anwendung derselben Umformungen wie in Kapitel 2.2 erhält man ebenfalls einen Ausdruck für die Mobilität  $Y_m(s)$ , der nur aus Termen 1. Ordnung besteht.

$$Y_m(s) = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1 - s_2)} \left[ \frac{s_1}{(s - s_1)} - \frac{s_2}{(s - s_2)} \right] \quad (2.7)$$

Auf Grund des selben Nenners der Übertragungsfunktionen von Rezeptanz  $X_m$  und Mobilität  $Y_m$  ergeben sich für die Mobilität auch dieselben Polstellen.

$$s_{1,2} = -\omega_0 \delta \pm j \omega_0 \sqrt{1 - \delta^2}$$

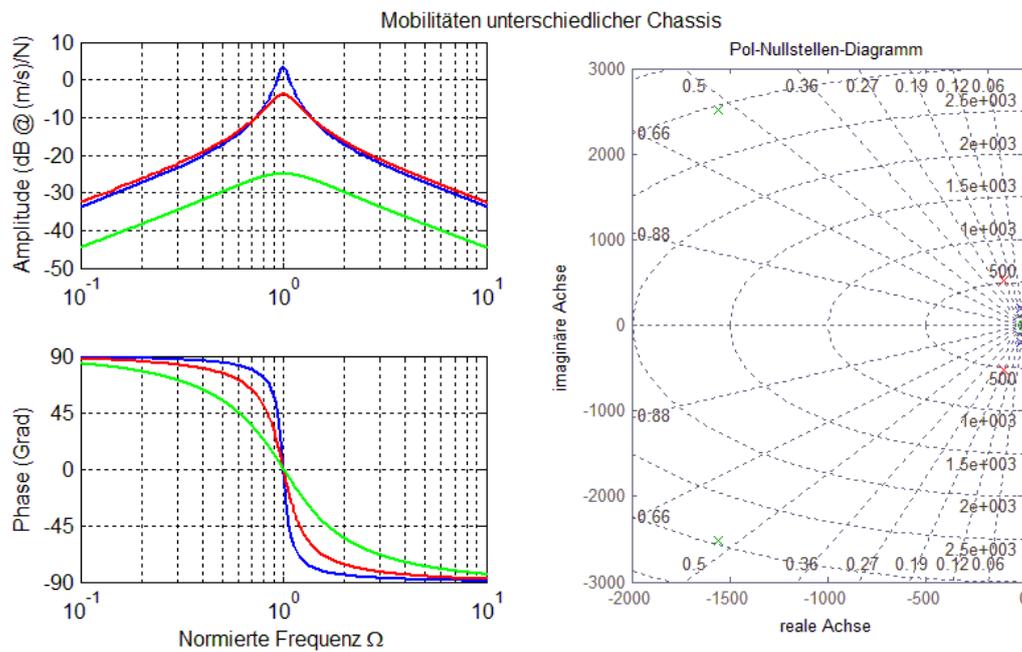


Abb. 2-3 blau: Visaton GF200  $f_0 = 31\text{Hz}$ ; rot: Beyma 5 M30  $f_0 = 85\text{Hz}$ ; grün: Peerless M122  $f_0 = 470\text{Hz}$

## 2.4 Akzeleranz eines Einfreiheitsgradschwingers

Die Akzeleranz oder dynamische Trägheit  $A_m(s)$  des Lautsprechers beschreibt den Zusammenhang zwischen der Membranbeschleunigung  $a_d(s)$  und der einwirkenden Kraft  $f_c(s)$ . Bei Annahme der Linearität des zu beschreibenden Systems ist die Akzeleranz einfach aus der Mobilität abzuleiten, da sie lediglich dessen zeitliche Ableitung ist. Im Frequenzbereich entspricht das im Wesentlichen einer Multiplikation mit  $s$ , sodass aus Gleichung (2.6) folgt:

$$A_m(s) = \frac{a_d(s)}{f_c(s)} = \frac{s^2}{s^2 m_t + s R_t + k_t} \quad (2.8)$$

Gleichung (2.8) charakterisiert einen Hochpass 2. Ordnung. Dieser soll ebenfalls im nächsten Kapitel in ein zeitdiskretes Filter transformiert werden. Die Impulsinvarianzmethode ist bei Hochpässen aber nicht anwendbar [2, S.501]. Dies ist ein fundamentales Problem der Signalverarbeitung. Übertragungsfunktionen, die im Zählerpolynom den gleichen bzw. höheren Grad aufweisen als im Nennerpolynom, können nicht mit der Impulsvarianzmethode transformiert werden.

Aus diesem Grund wird im Kapitel 3.1 neben der Impulsvarianzmethode auch die bilineare Transformation als Filterentwurfstechnik vorgestellt und angewandt.

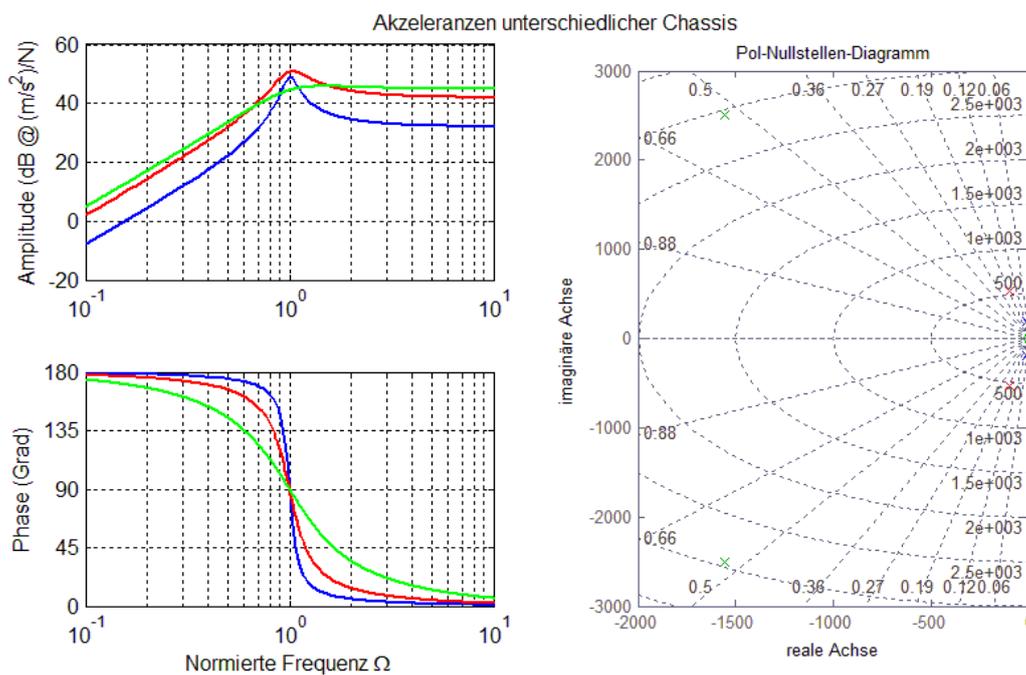


Abb. 2-4 blau: Visaton GF200  $f_0 = 31\text{Hz}$ ; rot: Beyma 5 M30  $f_0 = 85\text{Hz}$ ; grün: Peerless M122  $f_0 = 470\text{Hz}$

### 3 Zeitdiskrete Modellierung

Um die in Kapitel 2 entworfenen zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktionen des Lautsprechers in digitalen Systemen einbetten zu können, ist es notwendig, diese in entsprechende zeitdiskrete Modelle zu überführen. Das ist nicht immer einfach, da die grundlegende Beschreibung von analogen und digitalen Systemen nicht in einem direkten Zusammenhang steht [3, S.56].

Analoge Systeme werden durch Differentialgleichungen beschrieben:

$$c_N \frac{d^{(N)}y(t)}{dt^{(N)}} + \dots + c_1 \frac{dy(t)}{dt} + c_0 y(t) = d_M \frac{d^{(M)}x(t)}{dt^{(M)}} + \dots + d_1 \frac{dx(t)}{dt} + d_0 x(t)$$

$x(t)$             Systemeingang

$y(t)$             Systemausgang

Der Koeffizientensatz  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix}$  ist hier der vom Ausgang an den Eingang rückgekoppelte Teil,

$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_0 \\ \vdots \\ d_M \end{pmatrix}$  beschreibt den Vorwärtszweig.

Diese Differentialgleichung wird im Laplace-Bereich allgemein als rationale Funktion von Polynomen in  $s$  angeschrieben und als Übertragungsfunktion  $H(s)$  bezeichnet:

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{\sum_{n=0}^M d_n s^n}{\sum_{n=0}^N c_n s^n}$$

Bei digitalen Systemen erfolgt die Beschreibung im Zeitbereich durch die sogenannte Differenzgleichung:

$$a_N y[n - N] + \dots + a_1 y[n - 1] + a_0 y[n] = b_M x[n - M] + \dots + b_1 x[n - 1] + b_0 x[n]$$

Äquivalent zum zeitkontinuierlichen Fall gibt es auch hier eine Darstellung als Übertragungsfunktion  $H(z)$  im Frequenzbereich, die sich in der  $z$ -Domäne befindet:

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{\sum_{n=0}^M b_n z^{-n}}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}$$

In der Literatur gibt es nun verschiedene Methoden, wie man aus den Koeffizientenvektoren  $\mathbf{c}$  und  $\mathbf{d}$  der gegebenen zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion die Koeffizientenvektoren  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  der zeitdiskreten Übertragungsfunktion bestimmt. Mit den gewonnen Koeffizienten sind dann digitale Filter für die notwendige Signalverarbeitung implementierbar.

### 3.1 Filterentwurfstechniken

Zwei sehr bekannte Filterentwurfstechniken sind die **Impulsinvarianzmethode** und die **bilineare Transformation**. Diese werden in den folgenden Kapiteln 3.1.1 - 3.1.2 vorgestellt. Ebenfalls werden in diesem Kapitel die für den zweiten Ansatz (Koeffizientenberechnung aus einem vorgegebenen Frequenzgang) benötigten Filter Entwurfstechniken eingeführt (Kapitel 3.1.3 & 3.1.5).

#### 3.1.1 Filterentwurf mittels Impulsinvarianzmethode

Um ein zeitkontinuierliches Filter in ein zeitdiskretes zu transformieren, ist die Grundidee der Impulsinvarianzmethode die Impulsantwort des zeitdiskreten Filters als gesampelte Variante der Impulsantwort des zeitkontinuierlichen Filters zu betrachten,

$$h[n] = T_s h_k(nT_s) \quad (3.1)$$

wobei  $T_s$  dem Abtastintervall entspricht.

Wie die Impulsantworten stehen auch die entsprechenden Übertragungsfunktionen in einer bestimmten Beziehung zueinander. Unter Annahme bandbegrenzter Signale und Filter lässt sich zeigen, dass sich diese Beziehung zu

$$H(e^{j\omega}) = H_k\left(j\frac{\omega}{T_s}\right), \quad \left|\frac{\omega}{T_s}\right| \leq \pi \quad (3.2)$$

ergibt [2, S.493]. Man sieht, dass die zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktionen über eine lineare Skalierung der Frequenzachse,  $\omega = \Omega T_s$ , miteinander verknüpft sind. Weil in der Praxis ein Filter aber nie exakt bandbegrenzt sein kann, tritt Aliasing auf, welches die in Gleichung (3.2) angeführte Beziehung verzerrt. Strebt das zeitkontinuierliche Filter jedoch für hohe Frequenzen (Frequenzen nahe der halben Abtastfrequenz  $f_s/2$ ) gegen 0, so werden Interferenzen benachbarter Spiegelbänder so klein, dass sie vernachlässigbar sind und ein Filterentwurf mittels Abtastung der Impulsantwort des zeitkontinuierlichen Filters brauchbare Ergebnisse liefert.

Um nun die Transformation der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion  $H_k(s)$  in eine zeitdiskrete  $H(z)$  durchzuführen, wird zuerst eine Partialbruchzerlegung angewandt, um Terme erster Ordnung zu erhalten.

$$H_k(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s-s_k} \quad (3.3)$$

Durch Anwenden der inversen Laplacetransformation ergibt sich für die Impulsantwort:

$$h_k(t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^N A_k e^{s_k t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Die durch Abtastung gegebene Impulsantwort des zeitdiskreten Filters lautet:

$$h[n] = T_s h_k(nT_s) = \sum_{k=1}^N T_s A_k (e^{s_k T_s})^n u[n]$$

Nach Anwenden der z-Transformation erhält man die Übertragungsfunktion des zeitdiskreten Filters:

$$H(z) = \sum_{k=1}^N T_s A_k \frac{z}{z - e^{s_k T_s}} \quad (3.4)$$

Ein Vergleich der Gleichungen (3.3) und (3.4) lässt erkennen, dass ein Pol  $s_k$  in der s-Ebene in einen Pol  $\pi_k = e^{s_k T_s}$  in der z-Ebene transformiert wird und die Koeffizienten der Partialbruchzerlegung bis auf den Skalierungsfaktor  $T_s$  ident sind. Weiters ist zu erkennen, wenn das zeitkontinuierliche Filter Pole nur in der linken s-Ebene hat und somit stabil ist, auch die zeitdiskrete Variante stabil ist, weil alle Pole in den Einheitskreis transformiert werden.

### 3.1.2 Filterentwurf mittels bilinearer Transformation

Die bilineare Transformation stellt eine algebraische Transformation zwischen den Variablen s und z dar. Die Berechnungsvorschrift für die Transformation von der s in die z-Domäne lautet [2, S.501]:

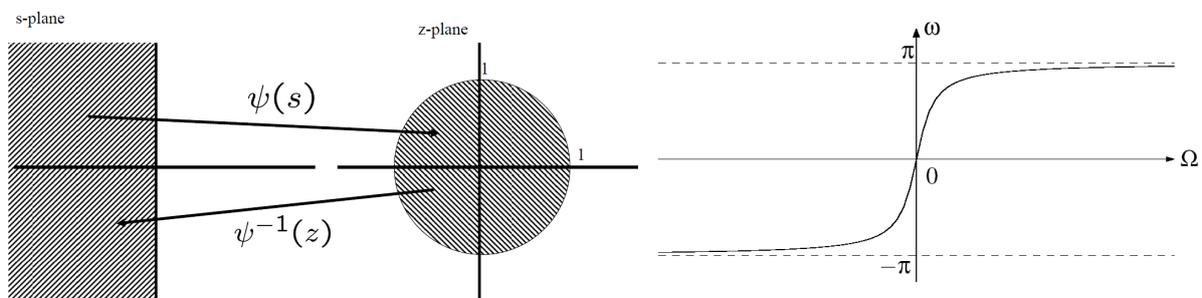
$$s = \frac{2}{T_s} \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) \quad (3.5)$$

Für die Bestimmung der zeitdiskreten Übertragungsfunktion  $H(z)$  aus der zeitkontinuierlichen  $H_k(s)$  ergibt sich also:

$$H(z) = H_k \left[ \frac{2}{T_s} \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) \right]$$

Bei der bilinearen Transformation wird das Problem des Aliasing, welches bei der Impulsinvarianzmethode entsteht, dadurch vermieden, dass der gesamte analoge Frequenzbereich  $-\infty \leq \Omega \leq \infty$  auf  $-\pi \leq \omega \leq \pi$  des Einheitskreises abgebildet wird. Das bedeutet natürlich, dass die Frequenzachse hin zur halben Abtastfrequenz  $f_s/2$  gestaucht wird. Es muss also entschieden werden, ob die Verzerrung der Frequenzachse für die geforderte Anwendung akzeptabel ist.

Abb. 3-1 zeigt eine grafische Verdeutlichung der Transformation. Die imaginäre Achse in der s-Domäne entspricht einem Umlauf auf dem Einheitskreis in der z-Domäne. Die linke s-Ebene wird in den Einheitskreis transformiert. Das bedeutet auch, dass stabile analoge Filter (Pole ausschließlich in der linken s-Ebene) in stabilen zeitdiskreten Filtern resultieren (Pole innerhalb des Einheitskreises).



**Abb. 3-1** bilineare Transformation; **rechts:** Abbildung der s und z-Domäne; **links:** Verzerrung der Frequenzachse

### 3.1.3 Frequenzabtastung

Eine einfache Variante zur Ermittlung einer FIR-Filter Impulsantwort ist der Entwurf im Frequenzbereich mittels Frequenzabtastung. Wenn  $N$  die gewünschte Filterordnung ist, dann werden bei dieser Entwurfsmethode  $N+1$  äquidistante Punkte des Frequenzgangs  $H_{LSP}(f)$  vorgegeben. Nach Anwenden der IDFT bzw. IFFT ergeben sich direkt die Filterkoeffizienten  $h_{LSP}$  als Abtastpunkte der Impulsantwort  $h_{LSP}[n]$ ,  $n = 0 \dots N$ ; Der somit entworfene Frequenzgang hält die vorgegebenen Punkte exakt ein, dazwischen kann es zu Überschwingern kommen [7]. Wählt man das Raster des vorgegebenen Frequenzgangs fein genug, sollten die Überschwinger nicht auftreten bzw. vernachlässigbar klein bleiben.

Dieser Verfahren eignet sich auch zur Anwendung an komplexen Frequenzgängen, also auch zur Koeffizientenbestimmung minimalphasiger Filter.

### 3.1.4 Vergleich der Filterentwürfe

Impulsinvarianzmethode	Bilineare Transformation	Frequenzabtastung
Kausale, stabile zeitkontinuierliche Filter resultieren in kausale, stabile zeitdiskrete Filter	Kausale, stabile zeitkontinuierliche Filter resultieren in kausale, stabile zeitdiskrete Filter	FIR-Design → Immer stabil
Ordnung des Filters bleibt erhalten	Ordnung der Nullstellen erhöht sich	Große Filterordnungen notwendig
Impulsantwort bleibt erhalten	Impulsantwort kann sich ändern	Entwurf im Frequenzbereich
Aliasing im Amplitudengang auf Grund nicht ideal bandbegrenzter Signale	Kein Aliasing im Amplitudengang	Kein Aliasing
Keine Verzerrung der Frequenzachse	Verzerrung der Frequenzachse	Keine Verzerrung
Nicht anwendbar zur Transformation von Hochpässen und Bandsperren	Anwendbar auf alle Filtertypen	Anwendbar auf beliebige komplexe Frequenzgänge

Tab. 3-1 Vergleich unterschiedlicher Filterentwurfstechniken

### 3.1.5 Fehlgeschlagene Filterentwurfstechniken

Die in Kapitel 3.1.3 vorgestellte Frequenzabtastung ist ein FIR-Filter Entwurf. Um mit einem FIR-Filter komplex geformte Frequenzgänge entwerfen zu können sind viele Koeffizienten notwendig. Dadurch erhöht sich die Rechenzeit bei der Filterung. Deshalb wurde nach einer Möglichkeit gesucht, Koeffizienten für ein IIR-Filter aus einem vorgegebenen Frequenzgang zu bestimmen. Die Verwendung eines IIR-Filters erniedrigt bei gleicher Funktion die notwendige Filterordnung, es muss aber darauf geachtet werden, dass das entworfene Filter stabil ist (Lage der Polstellen [2]).

Matlab stellt für dieses Anliegen zwei Funktionen zur Verfügung: *invfreqz* und *yulewalk*.

Im Zuge dieser Arbeit wurde die Funktion  $[b,a] = \text{invfreqz}(h,w,n,m,wt)$  getestet. Die Funktion berechnet die Koeffizientenvektoren  $b$  und  $a$  der Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} \dots b_n z^{-n}}{a_0 + a_1 z^{-1} \dots a_m z^{-m}}$$

dessen Frequenzgang durch die Variable  $h$  an den Frequenzpunkten  $w$  definiert ist.  $n$  und  $m$  bestimmen die Ordnung des Zähler- und Nennerpolynoms. Mit  $wt$  kann eine Gewichtung des Fehlers bezogen auf die Frequenzachse festgelegt werden.

Für detailliertere Informationen wird auf die Hilfefunktion in Matlab [13] verwiesen. Prinzipiell steckt hinter dem Skript ein "Equation-Error" Algorithmus, der folgende Funktion minimiert:

$$\min_{b,a} \sum_{k=1}^n wt(k) \left| h(k) - \frac{B(w(k))}{A(w(k))} \right|^2$$

Das Anwenden der Funktion *invfreqz* auf einen vorgegebenen SPL-Frequenzgang liefert eine ausgezeichnete Approximation desselben bei relativ geringer Anzahl der Filterkoeffizienten (50-100). Dadurch ist die notwendige Rechenleistung, die der dahintersteckende Algorithmus zur Berechnung benötigt ebenfalls akzeptabel. Trotzdem erweist sich die Methode als unbrauchbar, weil die entstehenden Filter instabil sind. Es hat sich gezeigt, dass die Polstellen zur Beschreibung eines diskreten IIR-Lautsprechermodells nahe am Einheitskreis liegen. Der Algorithmus versucht eine Optimierung zu finden, die dem Frequenzgang entspricht, nimmt dabei aber keine Rücksicht, ob die Pole aus dem Einheitskreis rutschen.

Für diesen Fall besteht die Möglichkeit ein zusätzliches Flag der Funktion mitzugeben ('*iter*'). Es bewirkt das Vorschalten eines weiteren Algorithmus, der Stabilität des entworfenen Filters garantieren soll. Dadurch explodiert die Rechenzeit, weshalb die Methode nicht praxistauglich ist. Weiters sind die resultierenden Filter nach wie vor instabil. Es ist anzunehmen, dass der Filterentwurf mittels dieser Funktion an der Komplexität des vorgegebenen Frequenzganges scheitert.

### 3.2 Elektrische Admittanz

Die elektrische Admittanz  $Y_e(s)$  ist ein gewöhnlicher Tiefpass 1. Ordnung und ist leicht in die zeitdiskrete Domäne transformierbar. In Abb. 3-2 findet man einen grafischen Vergleich der ursprünglichen zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion und der beiden approximierten zeitdiskreten. Auf Grund der besseren Phasenbeziehung wird für die elektrische Admittanz in dieser Arbeit das zeitdiskrete Modell mittels bilinearer Transformation verwendet.

Die ermittelte Übertragungsfunktion lautet:

$$Y_e(z) = \frac{b_{0,e} + b_{1,e}z^{-1}}{a_{0,e} + a_{1,e}z^{-1}} \quad (3.6)$$

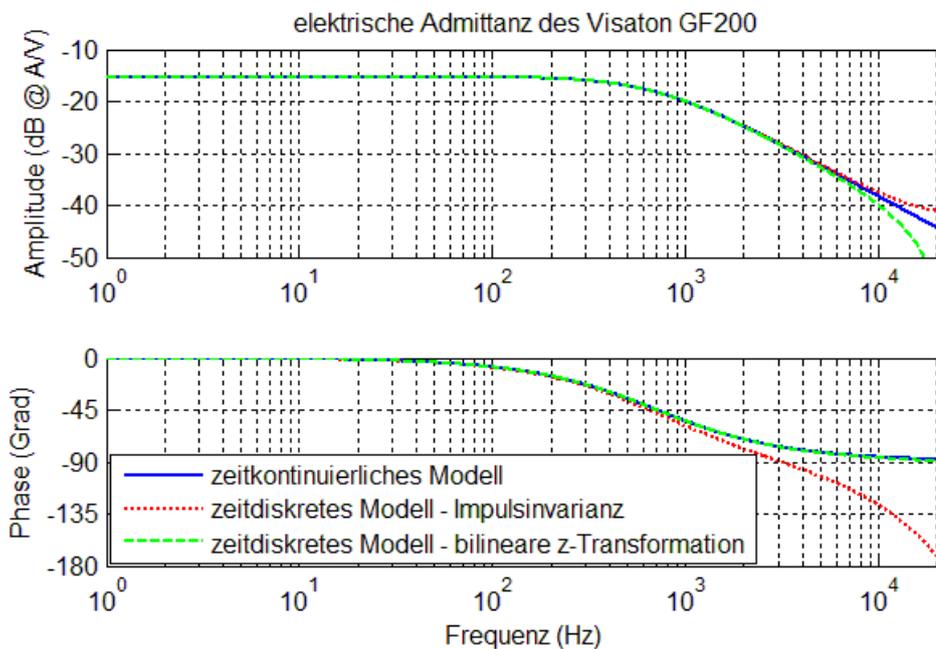


Abb. 3-2 Vergleich der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Übertragungsfunktion

An dieser Stelle soll kurz gezeigt werden, wie die Bestimmung der Koeffizienten aus der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion erfolgt. Ausgehend von der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion (2.1) wird die Transformationsvorschrift (3.5) eingesetzt:

$$Y_e(z) = \frac{1}{R_e + \frac{2}{T_s} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} L_e}$$

Auflösung des Doppelbruches und Umformung in die Standardform eines digitalen Filters führt zu:

$$Y_e(z) = T_s \frac{1+z^{-1}}{(T_s R_e + 2L_e) + (T_s R_e - 2L_e)z^{-1}} \quad (3.7)$$

Koeffizientenvergleich der Gleichungen (3.6) und (3.7) liefert den Wert der Koeffizienten  $a_{0,e}$ ,  $a_{1,e}$ ,  $b_{0,e}$  und  $b_{1,e}$ . Typischerweise werden diese auf  $a_{0,e} = 1$  normiert.

### 3.3 Rezeptanz eines Einfreiheitsgradschwingers

In Kapitel 2.2 wurde bereits die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion für die Rezeptanz aufgestellt und die Partialbruchzerlegung durchgeführt. Das Resultat sei hier nochmals angeführt,

$$X_m(s) = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{1}{m_t} \left[ \frac{1}{(s_1-s_2)(s-s_1)} + \frac{1}{(s_2-s_1)(s-s_2)} \right] = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{1}{(s-s_1)} - \frac{1}{(s-s_2)} \right] \quad (3.8)$$

wobei  $s_{1,2} = -\omega_0\delta \pm j\omega_0\sqrt{1-\delta^2}$  gilt.

Unter Anwendung der Impulsinvarianzmethode werden die Pole  $s_{1,2}$  nun auf die Pole im z-Bereich abgebildet.

$$\pi_{1,2} = e^{s_{1,2}T_s}$$

Es folgt aus Gleichung (3.8):

$$\begin{aligned} X'_m(z) &= \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{T_s}{1-e^{s_1T_s}z^{-1}} - \frac{T_s}{1-e^{s_2T_s}z^{-1}} \right] = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{T_s}{1-\pi_1z^{-1}} - \frac{T_s}{1-\pi_2z^{-1}} \right] = \\ &= \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{T_s(1-\pi_2z^{-1}-1+\pi_1z^{-1})}{1+(-\pi_1-\pi_2)z^{-1}+(\pi_1\pi_2)z^{-2}} \right] = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1-s_2)} \left[ \frac{T_s z^{-1}(\pi_1-\pi_2)}{1+(-\pi_1-\pi_2)z^{-1}+(\pi_1\pi_2)z^{-2}} \right] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Um zu garantieren, dass die zeitdiskrete Übertragungsfunktion 1:1 der zeitkontinuierlichen folgt, wird sie bei einer Frequenz, bei der die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion einfach definiert ist, auf diese normiert. Für die Rezeptanz ergibt sich ein einfacher Zusammenhang bei  $s = 0$ . Aus Gleichung (2.2) ist direkt ersichtlich:

$$X_m(s=0) = \frac{1}{k_t}$$

Die Frequenz  $s = 0$  im Laplacebereich entspricht  $z = 1$  im z-Bereich. Es folgt:

$$X'_m(z=1) = \frac{1}{m_t} \frac{T_s}{(s_1-s_2)} \frac{(\pi_1-\pi_2)}{1+(-\pi_1-\pi_2)+(\pi_1\pi_2)}$$

Für den Normierungsterm ergibt sich somit:

$$\frac{X'_m(z=1)}{X_m(s=0)} = \frac{k_t}{m_t} \frac{T_s}{(s_1-s_2)} \frac{(\pi_1-\pi_2)}{1+(-\pi_1-\pi_2)+(\pi_1\pi_2)}$$

Die Normierung in Zusammenhang mit Gleichung (3.9) führt letztlich zu:

$$X_m(z) = \frac{X'_m(z)}{\frac{X'_m(z=1)}{X_m(s=0)}} = \frac{1}{k_t} \frac{[1+(-\pi_1-\pi_2)+\pi_1\pi_2]z^{-1}}{1+(-\pi_1-\pi_2)z^{-1}+(\pi_1\pi_2)z^{-2}} \quad (3.10)$$

Der oben gezeigte Vorgang nennt sich „gleichstromangepasste impulsinvariante Simulation“ [6, S.271].

In den meisten Büchern über digitale Signalverarbeitung werden digitale Filter durch die Koeffizientenvektoren **a** und **b** beschrieben. Wir möchten Gleichung (3.10) auch in diese Form bringen und erhalten:

$$X_m(z) = \frac{b_1 z^{-1}}{1+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}} \quad (3.11)$$

### 3 Zeitdiskrete Modellierung

Diese Form kann einfach auf jedem DSP implementiert werden. Die Koeffizienten ergeben sich zu:

$$b_1 = \frac{1 + (-\pi_1 - \pi_2) + \pi_1 \pi_2}{k_t}$$

$$a_1 = -\pi_1 - \pi_2$$

$$a_2 = \pi_1 \pi_2$$

Ausgedrückt mit den Parametern Eigenresonanzkreisfrequenz  $\omega_0$  und Dämpfungsfaktor  $\delta$  der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion lassen sich die Koeffizienten für die zeitdiskrete Übertragungsfunktion berechnen.

$$a_1 = -e^{-\omega_0 T_s \delta + j\omega_0 T_s \sqrt{1-\delta^2}} - e^{-\omega_0 T_s \delta - j\omega_0 T_s \sqrt{1-\delta^2}} = -2e^{-\omega_0 T_s \delta} \cos(\omega_0 T_s \sqrt{1-\delta^2})$$

$$a_2 = e^{-\omega_0 T_s \delta + j\omega_0 T_s \sqrt{1-\delta^2}} * e^{-\omega_0 T_s \delta - j\omega_0 T_s \sqrt{1-\delta^2}} = e^{-2\omega_0 T_s \delta}$$

$$b_1 = \frac{1 + a_1 + a_2}{k_t}$$

Abb. 3-3 zeigt den Vergleich der Übertragungsfunktionen des zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Modells. Das untersuchte Lautsprecherchassis ist das Visaton GF200, die Abtastfrequenz beträgt  $f_s = 44.1 \text{ kHz}$ . Die beiden Übertragungsfunktionen sind im Wesentlichen ident. Ein Unterschied macht sich erst über 10 kHz im Amplitudengang bemerkbar. Da hier die Dämpfung mit 100 dB aber bereits sehr groß ist, können die entstehenden Fehler vernachlässigt werden. In der Graphik ist weiters erkennbar, dass das System ein Tiefpass 2. Ordnung mit einer mechanischen Resonanz der Lautsprechermembrankonstruktion bei 31 Hz ist. Laut Hersteller liegt diese bei 30 Hz. Da der dynamische Lautsprecher ein tief abgestimmtes System ist, liegt der Übertragungsbereich oberhalb der Resonanzfrequenz. Hier fällt die Rezeptanz mit 40 dB/Oktave ab. Das ist plausibel, da der Schalldruck proportional zur Membranbeschleunigung ist [1, S.96]. Durch zweifache Integration erhält man die Membranauslenkung (Hub der Membran). Dies entspricht einer Division  $1/\omega^2$  im Betragsfrequenzgang. Da der Schalldruckverlauf im tieffrequenten Bereich einem Hochpass 2. Ordnung gleicht, muss der Hubverlauf somit ein Tiefpass 2. Ordnung sein.

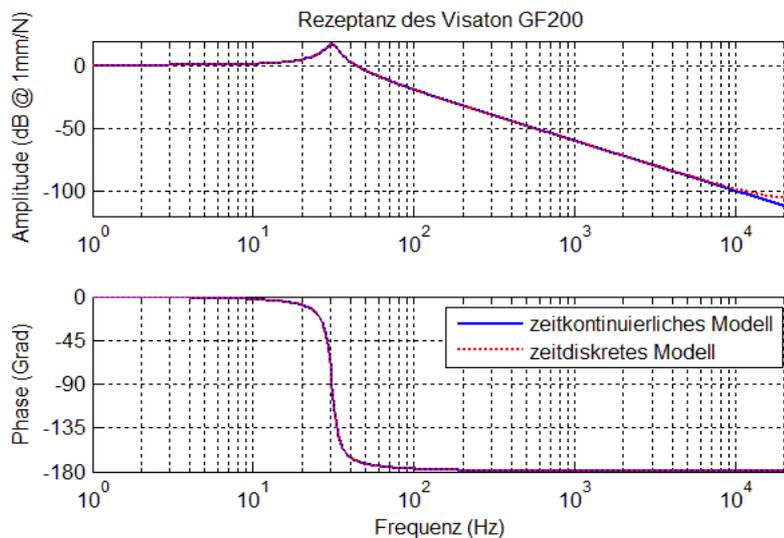


Abb. 3-3 Vergleich der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Übertragungsfunktion

### 3.4 Mobilität eines Einfreiheitsgradschwingers

In gleicher Weise wie für die Rezeptanz, ist auch für die Mobilität eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion ableitbar. Als Ausgangspunkt dient die partialbruchzerlegte zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion aus Kapitel 2.3.

$$Y_m(s) = \frac{1}{m_t} \frac{1}{(s_1 - s_2)} \left[ \frac{s_1}{(s - s_1)} - \frac{s_2}{(s - s_2)} \right]$$

Nach der gleichen mathematischen Vorgehensweise wie in Kapitel 3.3 schreibt sich die zeitdiskrete Übertragungsfunktion wie folgt an:

$$Y_m(z) = \frac{b_0 - b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (3.12)$$

Die Koeffizienten  $a_1$  und  $a_2$  des Nenners sind dieselben wie die der Rezeptanz im vorigen Kapitel. Die im Nenner stehenden Koeffizienten  $b_0$  und  $b_2$  bestimmen sich aus der notwendigen Normierung der zeitdiskreten Übertragungsfunktion, sodass sie mit der zeitkontinuierlichen übereinstimmt. Dazu benötigt man wieder eine Frequenz, bei der die zeitkontinuierliche Funktion einfach definiert ist. Für  $s = j\omega_0$  ist das mechanische System in Resonanz und nur mehr durch die mechanische Reibung  $R_t$  bestimmt. Die Mobilität vereinfacht sich an dieser Stelle zu:

$$Y_m(s) = \frac{1}{R_t}$$

Nach einigen Berechnungen und Umformungen erhält man für die Koeffizienten  $b_0$  und  $b_2$ :

$$b = b_0 = b_2 = \frac{1}{R_t} \frac{1 + a_1 e^{-j\omega_0 T_s} + a_2 e^{-j2\omega_0 T_s}}{1 - e^{-j2\omega_0 T_s}}$$

Es stellt sich heraus, dass dieser Koeffizient komplexwertig ist. Da der imaginäre Anteil um den Faktor  $10^6$  kleiner als der reale ist und um reelle Verarbeitung zu gewährleisten, wird an dieser Stelle nur der Realteil von  $b$  zur weiteren Berechnung verwendet.

In Abb. 3-4 ist wieder der Vergleich der zeitkontinuierlichen mit der approximierten zeitdiskreten Übertragungsfunktion dargestellt. Wie auch bei der Rezeptanz gibt es auch hier erst bei hohen Frequenzen im Amplitudengang einen wesentlichen Unterschied der beiden Kurven, der vernachlässigt werden kann. Die Resonanz des mechanischen Systems ist auch hier bei 31Hz gut erkennbar, sowie die Tatsache, dass die Membranschelle oberhalb der Grenzfrequenz (Resonanzfrequenz) mit 20dB/Oktave abfällt.

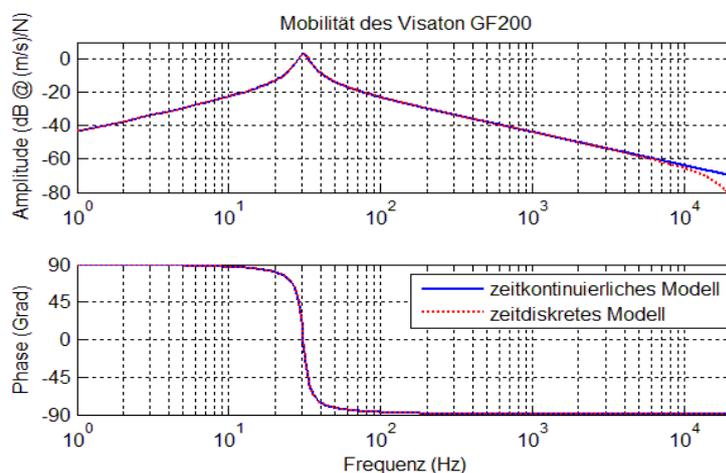


Abb. 3-4 Vergleich der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Übertragungsfunktion

### 3.5 Akzeleranz eines Einfreiheitsgradschwingers

Die Bestimmung der zeitdiskreten Filterkoeffizienten der Akzeleranz erfolgt, wie schon in Kapitel 2.4 erwähnt, durch Anwendung der bilinearen Transformation, weil die Impulsinvarianzmethode nicht für Übertragungsfunktionen definiert ist, bei denen der Zählergrad  $\geq$  dem Nennergrad ist.

Die Herleitung der Übertragungsfunktion für die Akzeleranz folgt dem gleichen Berechnungsschema wie dem der elektrischen Admittanz in Kapitel 3.2. Ausgangspunkt ist die korrespondierende analoge Übertragungsfunktion (2.8) in welche die algebraische Transformationsvorschrift der bilinearen Transformation (3.5) eingesetzt wird. Nach ein paar Umformungen ergibt sich folgender Ausdruck:

$$A_m(z) = \frac{b_{0,a} + b_{1,a}z^{-1} + b_{2,a}z^{-2}}{a_{0,a} + a_{1,a}z^{-1} + a_{2,a}z^{-2}} \quad (3.13)$$

Durch das Hochpassverhalten und einer ausreichend großen Samplefrequenz  $f_s$ , stellt die bilinear transformierte Übertragungsfunktion eine gute Approximation dar. In Abb. 3-5 ist deutlich zu erkennen, dass weder im Amplituden- noch im Phasengang Unterschiede auszumachen sind.

Ein Vergleich der Abb. 3-3 - Abb. 3-5 zeigt noch einmal den Zusammenhang zwischen Rezeptanz, Mobilität und Akzeleranz. Die Übertragungsfunktionen unterscheiden sich nur im Zähler, auf Grund der zeitlichen Ableitungen. Dies bedeutet jeweils eine Verkippung im Amplitudengang um  $\omega$ . Der Phasengang wird dabei jeweils um  $90^\circ$  verschoben.

Weil sich der Nenner bei allen drei Übertragungsfunktionen nicht ändert, bilden sich die Resonanzstellen immer gleich aus. Im Beispiel des Visaton GF200 jeweils bei 31Hz.

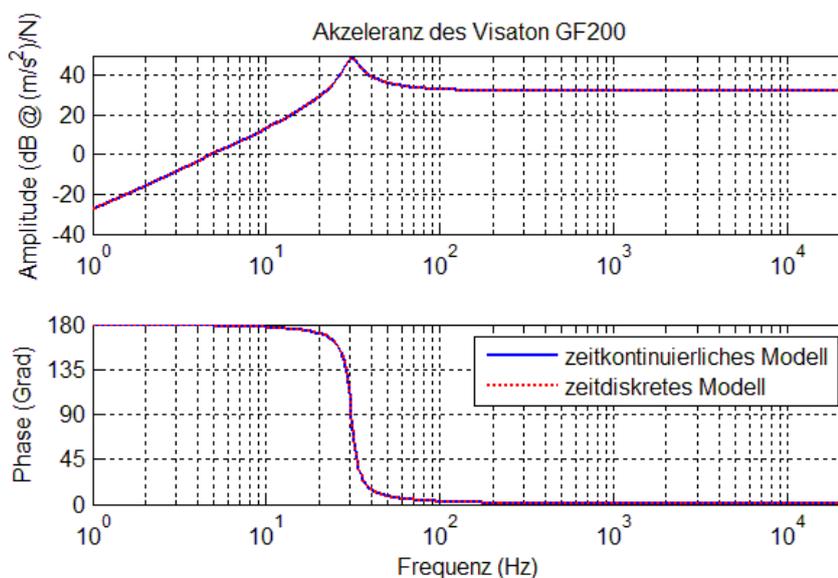


Abb. 3-5 Vergleich der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Übertragungsfunktion

## 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

Die interessierenden Größen sollen nun in Abhängigkeit des am Eingang anliegenden Soundsamples (Spannung an der Spulenspule) bestimmt werden. Dabei handelt es sich um die Membranauslenkung, in weiterer Folge dem Schalldruck in einer bestimmten Entfernung und dem in der Lautsprecherspule erzeugten Strom.

In dieser Arbeit sollen zwei Zugänge zur Berechnung der oben genannten Größen betrachtet werden. Der erste Zugang in Kapitel 4.1 ist die Berechnung anhand gegebener Thiele-Small Parameter und stützt sich auf die Theorie des linearen Lautsprechermodells. Der zweite Zugang in Kapitel 4.2 setzt das Vorhandensein eines gemessenen Schalldruckpegel-Frequenzgangs voraus. Dieser dient dann als Grundlage zur Bestimmung eines generischen Filters.

### 4.1 Bestimmung aus den Thiele-Small Parametern

Die in den Kapiteln 3.2 - 3.5 hergeleiteten Übertragungsfunktionen wurden auf Grundlage der Thiele-Small Parameter bestimmt. Diese werden nun zu einem System zusammengesetzt, welches dem zeitdiskreten linearen Lautsprechermodell entspricht.

#### 4.1.1 Berechnung der Membranauslenkung

Abb. 4-1 zeigt den Signalflussgraphen des diskreten Lautsprechermodells.

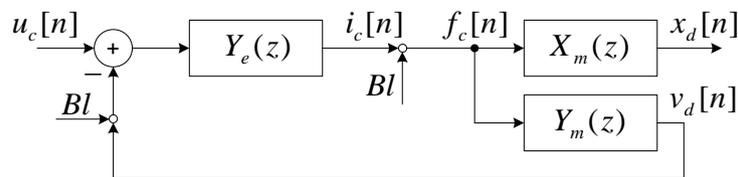


Abb. 4-1 Blockschaltbild des Lautsprechers zur Berechnung der Membranauslenkung

Am Eingang liegt das Audiosignal, die Spulenspannung  $u_c[n]$ , welche über die Spulenadmittanz  $Y_e(z)$  in den Spulenstrom  $i_c[n]$  umgesetzt wird. Der Spulenstrom erzeugt die Kraft  $f_c[n]$ , die wiederum über die Rezeptanz  $X_m(z)$  mit der resultierenden Membranauslenkung  $x_d[n]$  verknüpft ist. Die durch die Auslenkung entstehende induzierte Spannung in der Spule, die der Eingangsspannung  $u_c[n]$  entgegenwirkt, wird durch einen rückgekoppelten Zweig modelliert. Dieser Zweig wird mit Hilfe der Mobilität modelliert, die die an der Spule angreifenden Kraft  $f_c[n]$  in die Membranschnelle  $v_d[n]$  umrechnet. Über die elektrodynamische Grundbeziehung  $u = Blv_d$  [1, S.23] ergibt sich die induzierte Spannung.

Abb. 4-1 stellt einen Regelkreis dar. Für diesen Regelkreis ist eine Übertragungsfunktion definierbar:

$$\frac{f_c(z)}{u_c(z)} = \frac{BLY_e(z)}{1 + (Bl)^2 Y_e(z) Y_m(z)} \quad (4.1)$$

## 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

Das Einsetzen der bereits bekannten Übertragungsfunktionen  $Y_e(z)$  und  $Y_m(z)$  führt zu dem Ausdruck:

$$\frac{f_c(z)}{u_c(z)} = \frac{Bl[b_{0,e} + (b_{0,e}a_1 + b_{1,e})z^{-1} + (b_{0,e}a_2 + b_{1,e}a_1)z^{-2} + b_{1,e}a_2z^{-3}]}{(a_{0,e} + (Bl)^2b_{0,e}b) + (a_{0,e}a_1 + a_{1,e} + (Bl)^2b_{1,e}b)z^{-1} + (a_{0,e}a_2 + a_{1,e}a_1 - (Bl)^2b_{0,e}b)z^{-2} + (a_{1,e}a_2 - (Bl)^2b_{1,e}b)z^{-3}} \quad (4.2)$$

Der Frequenzgang der Übertragungsfunktion  $\frac{f_c(z)}{u_c(z)}$ , der in Abb. 4-2 dargestellt ist, lässt sich in 3 Bereiche teilen. Bei tiefen Frequenzen ist die resultierende Kraft  $f_c$  nur vom Spulenwiderstand  $R_e$  und der Wandlerkonstante  $Bl$  abhängig. Die folgenden Werte für die Wandlerkonstante und den Spulenwiderstand beziehen sich auf das Visaton GF200 (siehe Anhang A).

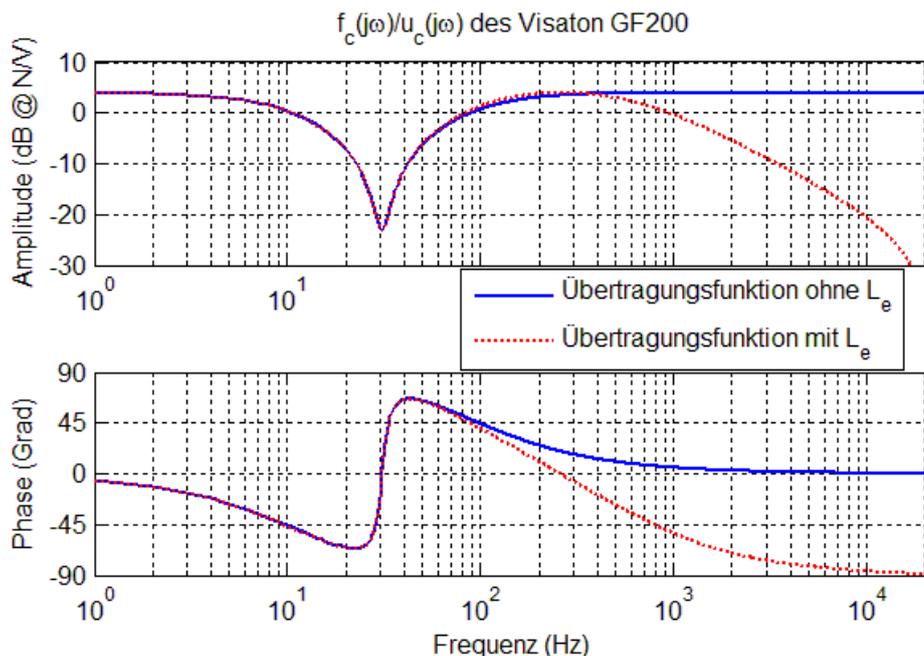
$$\left. \frac{f_c(z)}{u_c(z)} \right|_{f \ll} = \frac{Bl}{R_e} = \frac{9.2}{5.8} = 1.59 \frac{N}{V} \triangleq 4dB$$

Beim Anlegen einer niederfrequenten Spannung von  $1V$  wirkt also eine Kraft von  $1.59N$  auf die Lautsprechermembran.

Der 2. Bereich ist durch die mechanische Resonanz der Membran dominiert. Durch den Rückkoppelzweig wird der Ausgang des Systems im Bereich der Resonanzfrequenz bedämpft.

Die Spuleninduktivität  $L_e$  ist verantwortlich für die Kraftabnahme zu hohen Frequenzen hin. Ein Anwachsen der Frequenz bedeutet eine Verkleinerung der Spulenadmittanz  $Y_e$  und somit ebenfalls eine Verkleinerung des Spulenstroms  $i_c$ , der proportional mit der Kraft  $f_c$  zusammenhängt. Da die Admittanz mit  $20dB/Dekade$  im Frequenzgang abfällt, gilt dies auch für die Kraft, bzw. die Übertragungsfunktion  $\frac{f_c(z)}{u_c(z)}$ .

Die blaue Linie in der Abbildung zeigt denn Fall, wenn die Spuleninduktivität nicht mit berücksichtigt wird. Hier ist bei hohen Frequenzen die Kraft  $f_c$  auch nur wie bei tiefen Frequenzen vom Spulenwiderstand  $R_e$  und der Wandlerkonstante  $Bl$  abhängig. Es verbleibt nur mehr das Resonanzverhalten der Lautsprechermembran.



**Abb. 4-2** Vergleich der Bodediagramme  $f_c(j\omega)/u_c(j\omega)$  des Visaton GF200 mit und ohne Berücksichtigung der Spuleninduktivität

#### 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

Nachdem die Übertragungsfunktion  $\frac{f_c(z)}{u_c(z)}$  bestimmt ist kann durch einfaches Erweitern der Gleichung (4.1) mit der Rezeptanz  $X_m(z)$  des Lautsprechers die Auslenkung  $x_d$  in Abhängigkeit der Eingangsspannung  $u_c$  berechnet werden:

$$\frac{x_d(z)}{u_c(z)} = \frac{f_c(z) x_d(z)}{u_c(z) f_c(z)} = \frac{Bl Y_e(z)}{1 + (Bl)^2 Y_e(z) Y_m(z)} X_m(z) \quad (4.3)$$

Einsetzen aller Koeffizienten und Vereinfachung des Terms ergibt:

$$\frac{x_d(z)}{u_c(z)} = \frac{Bl b_1 (b_{0,e} z^{-1} + b_{1,e} z^{-2})}{(a_{0,e} + (Bl)^2 b_{0,e} b) + (a_{0,e} a_1 + a_{1,e} + (Bl)^2 b_{1,e} b) z^{-1} + (a_{0,e} a_2 + a_{1,e} a_1 - (Bl)^2 b_{0,e} b) z^{-2} + (a_{1,e} a_2 - (Bl)^2 b_{1,e} b) z^{-3}} \quad (4.4)$$

Die zugehörige analoge Übertragungsfunktion lautet:

$$\frac{x_d(s)}{u_c(s)} = \frac{Bl}{R_e k_t + (L_e k_t + R_e R_t + (Bl)^2) s + (L_e R_t + R_e m_t) s^2 + L_e m_t s^3} \quad (4.5)$$

Einen Vergleich der beiden Übertragungsfunktionen zeigt Abb. 4-3. Erst bei sehr hohen Frequenzen und großer Dämpfung jenseits 100dB gibt es einen Unterschied der zeitkontinuierlichen und der approximierten zeitdiskreten Übertragungsfunktion. Das zeitdiskrete Modell des Lautsprechers ist also ausreichend genau.

Das Modell offenbart, dass bei tiefen Frequenzen die Auslenkung am größten ist. Bei dem gegebenen Chassis des Visaton GF200 beträgt der Hub unter 5Hz 1.67mm, wenn an der Schwingspule 1V angelegt wird. Über dieser Frequenz wird die Auslenkung immer kleiner. Ab 10kHz fällt sie mit 60dB/Dekade ab.

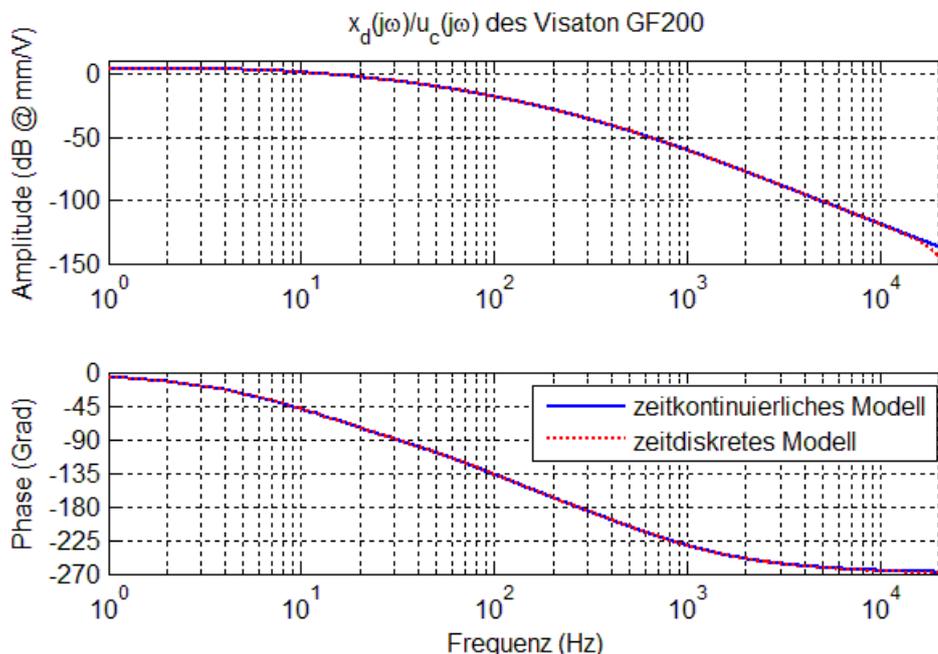


Abb. 4-3 Bodediagramm der Auslenkung des Visaton GF200

Mit dem hergeleiteten zeitdiskreten Modell des Lautsprechers ist es nun möglich den Hubverlauf der Lautsprechermembran aufzuzeichnen, wenn am Eingang ein Audiofile eingespielt wird.

Zuvor muss man sich aber noch Gedanken um die Normierung der Eingangszahlenfolge des Audiosignals („Spannung“ an der Spule des digitalen Modells) in Matlab machen. Die Zahlenfolge muss dabei die analogen Spannungspegel repräsentieren, um die Simulationsergebnisse verwenden zu können. In der Signalverarbeitung gilt der Wertebereich von  $[-1,1]$  oft als Aussteuerungsgrenze. So verhält es sich auch in Matlab beim Importieren/Exportieren eines Audiosignals. Um nun adäquate Simulationsergebnisse zu erhalten, muss diese digitale Aussteuerungsgrenze der analogen Aussteuerungsgrenze des realen Systems zugewiesen werden. Das heißt, es ist eine Vorkenntnis über das analoge System notwendig, in das der Lautsprecher später eingebettet wird. Im Konkreten wird der Zahlenwert von 1 auf die analoge Aussteuerungsgrenze von  $1V$  zugewiesen. Sollte die Aussteuerungsgrenze (diese ist im Allgemeinen von der Betriebsversorgungsspannung des Systems, bzw. der analogen Aussteuerungsgrenze eines DAC [Digital-Analog-Converter] abhängig) des analogen Systems höher oder niedriger sein, muss das durch eine Konstante berücksichtigt werden:

$$u_c[n] = data * u_{coil\_max}$$

$data$  in Matlab importiertes PCM kodiertes Audiosignal; Wertebereich  $[-1,1]$

$u_{coil\_max}$  maximaler analoger Spannungswert an der Schwingspule

Die Ausgabe der errechneten Signale (Hub, in späteren Kapiteln werden auch noch Übertragungsfunktionen für den Schalldruck und den Strom aufgestellt) erfolgt im ISO Standard für Einheiten. Folgende Tabelle zeigt die Zusammenhänge:

Matlab Zahlenwert	Membranhub $x_d[n]$	Schalldruck $p_r[n]$	Spulenstrom $i_c[n]$
1	1m	1Pa	1A

Tab. 4-1 Umrechnung der Matlab Zahlenwerte am Systemausgang

Abb. 4-4 zeigt ein Beispiel. In der linken Grafik wurden die ersten 20 Sekunden des Songs „Vielen Dank für die Blumen“ von Udo Jürgens in Matlab importiert (blau) und die entsprechende Membranauslenkung laut dem hergeleiteten digitalen Lautsprechermodell simuliert (rot). Als Chassis dient nach wie vor das Visaton GF200. Es ist zu erkennen, dass die Membranauslenkung größtenteils von den tiefen Frequenzen bestimmt wird. Das wird vor allem dadurch deutlich, dass während dem Klavierintro der ersten 7 Sekunden keine wesentliche Bewegung der Lautsprechermembran erkennbar ist. Erst nachdem der E-Bass und die Bassdrum des Schlagzeuges einsetzen kommt es zu größeren Auslenkungen. Die rechte Grafik zeigt denselben Song, nur in einer tiefpassgefilterten Variante. Die Grenzfrequenz des Tiefpasses  $f_{g,TP} = 100Hz$ . Das tiefpassgefilterte Soundfile und die resultierende Membranauslenkung haben dieselbe Form, sind also miteinander korreliert. Dies dient noch einmal zur Verdeutlichung, dass die Auslenkung primär von tiefen Frequenzen bestimmt wird.

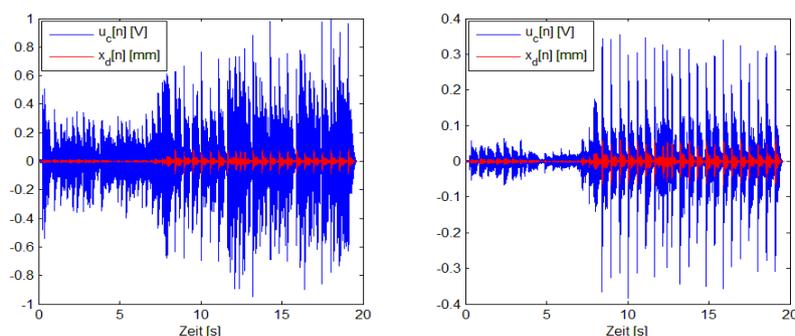


Abb. 4-4 Auslenkung der Lautsprechermembran des Visaton GF200  
 Links: Audiosignal ungefiltert; Rechts: Audiosignal tiefpassgefiltert

### 4.1.2 Berechnung des Schalldrucks

In Kapitel 1.4 wurde schon ein einfaches Modell für die akustische Abstrahlung eingeführt.

$$p_r(s) = \rho_L S_d \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} a_d(s)$$

Die komplexe Exponentialfunktion repräsentiert die Phasenverzögerung, die durch die zeitliche Verzögerung des Schalls zwischen Lautsprechermembran und dem Aufpunkt im Abstand  $r$  hervorgerufen wird. Da nur der resultierende Schalldruck mit zugehöriger Minimalphase von Interesse ist, wird der lineare Phasenterm in weiterer Folge vernachlässigt.

$$p_r(s) = \rho_L S_d \frac{a_d(s)}{2\pi r} \tag{4.6}$$

Mit dieser einfachen Beziehung (4.6) zwischen Schalldruck und Membranbeschleunigung wird das diskrete Lautsprechermodell aus Kapitel 4.1.1 modifiziert. Ausgehend von Abb. 4-1 ergibt sich das Blockschaltbild zur Berechnung des Schalldrucks durch einfaches Austauschen der Rezeptanz mit der Akzeleranz des Lautsprechermodells und zusätzlicher Multiplikation mit den Parametern der akustischen Abstrahlung aus Gleichung (4.6). Abb. 4-5 zeigt das Blockschaltbild.

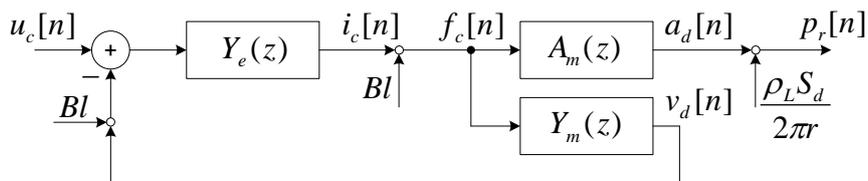


Abb. 4-5 Blockschaltbild des Lautsprechers zur Berechnung des Schalldrucks

Nachdem sich der Regelkreis zur Berechnung der Kraft  $f_c$  nicht ändert, kann die Übertragungsfunktion (4.1) aus Kapitel 4.1 übernommen werden. Diese wird entsprechend Abb. 4-5 erweitert.

$$\frac{p_r(z)}{u_c(z)} = \frac{f_c(z)}{u_c(z)} \frac{a_d(z)}{f_c(z)} \frac{\rho_L S_d}{2\pi r} = \frac{BLY_e(z)}{1+(BL)^2 Y_e(z)Y_m(z)} A_m(z) \frac{\rho_L S_d}{2\pi r} \tag{4.7}$$

Auf Grund der Anwendung der bilinearen Transformation zur Diskretisierung der Admittanz und der Akzeleranz, die die Ordnung der Nullstellen erhöht, ergibt sich ein komplexer Ausdruck für die Übertragungsfunktion (4.7). Sie wird an dieser Stelle nicht angeführt.

Einen Vergleich des resultierenden SPL-Frequenzgangs zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Variante zeigt Abb. 4-6. Die Kurven sind bis 10kHz ident. Der Unterschied bei den darüber liegenden Frequenzen ist bedingt durch die Modellierung der elektrischen Admittanz (siehe Kapitel 3.2). Laut Herstellerangaben [10] ist der Übertragungsbereich (-10dB) des Visaton GF200 bei Einbau in die Schallwand von 30Hz – 8kHz gegeben. Dies gilt nicht für das entwickelte lineare Modell im hochfrequenten Bereich. Die erniedrigte obere Grenzfrequenz von  $f_o = 2100Hz$  ist bedingt durch die Vernachlässigung von Wirbelströmen, die sich im Eisenkern bei hohen Frequenzen ausbilden und somit die elektrische Impedanz verkleinern [4, S.14]. Ebenfalls tritt bei hohen Frequenzen Schallbündelung auf, die den Schalldruckpegel zusätzlich erhöht.

## 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

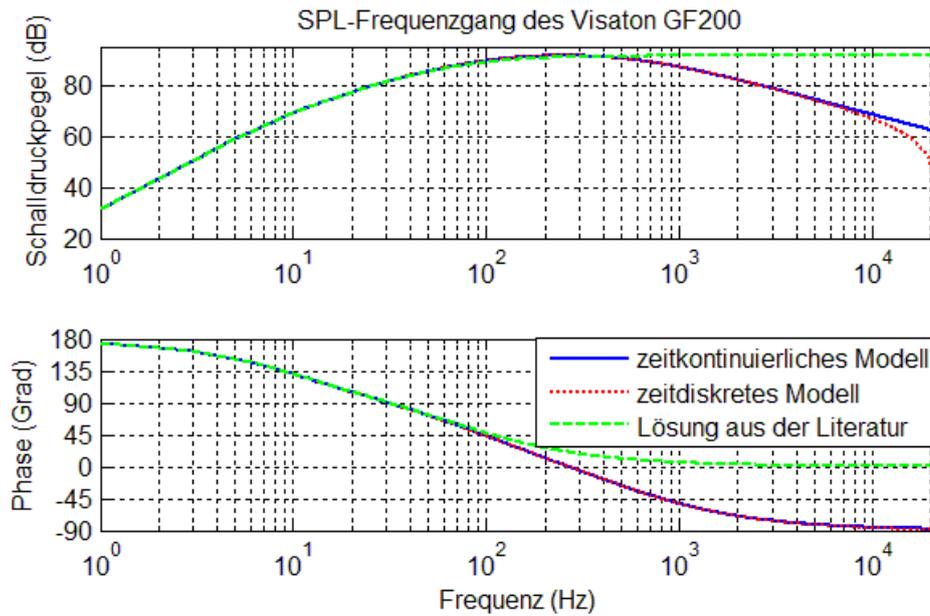


Abb. 4-6 Frequenzgang für  $P_{Nenn} = 1W$  und  $r = 1m$

Die grüne Kurve stellt eine Lösung aus der Literatur [3, S.45] dar. Dort wird gezeigt, dass ein Lautsprecher, der in eine unendliche Schallwand eingebaut ist, durch ein Hochpassfilter 2. Ordnung repräsentiert werden kann.

$$\frac{p_{1m}(s)}{u_c(s)} = G \frac{s^2 T_0^2}{s^2 T_0^2 + s T_0 / Q_{ts} + 1} \quad (4.8)$$

$Q_{ts}$	Gesamtgüte des Lautsprecherchassis	
$T_0$	charakteristische Zeitkonstante;	$T_0 = 1/\omega_0$
$G$	Verstärkungsfaktor	

$$G = \frac{\rho_L B l S_d}{2\pi m_t R_e}$$

Diese Lösung exkludiert die Spuleninduktivität  $L_e$ . Deshalb dreht die Phase nur auf  $0^\circ$  und es entfällt auch der Abfall um 20dB/Dekade im Amplitudengang.

Bei tiefen Frequenzen ist der Verlauf des Frequenzgangs gleich, was somit die entworfene zeitdiskrete Übertragungsfunktion validiert.

### 4.1.3 Berechnung des Spulenstroms

Wie aus Abb. 4-1 ersichtlich, ist der in der Schwingspule entstehende Strom  $i_c[n]$  direkt proportional zur Kraft  $f_c[n]$ .

$$i_c[n] = \frac{f_c[n]}{Bl} \quad (4.9)$$

Mit Gleichung (4.9) folgt direkt aus Gleichung (4.1)

$$\frac{i_c(z)}{u_c(z)} = \frac{Y_e(z)}{1 + (Bl)^2 Y_e(z) Y_m(z)} \quad (4.10)$$

Bzw.

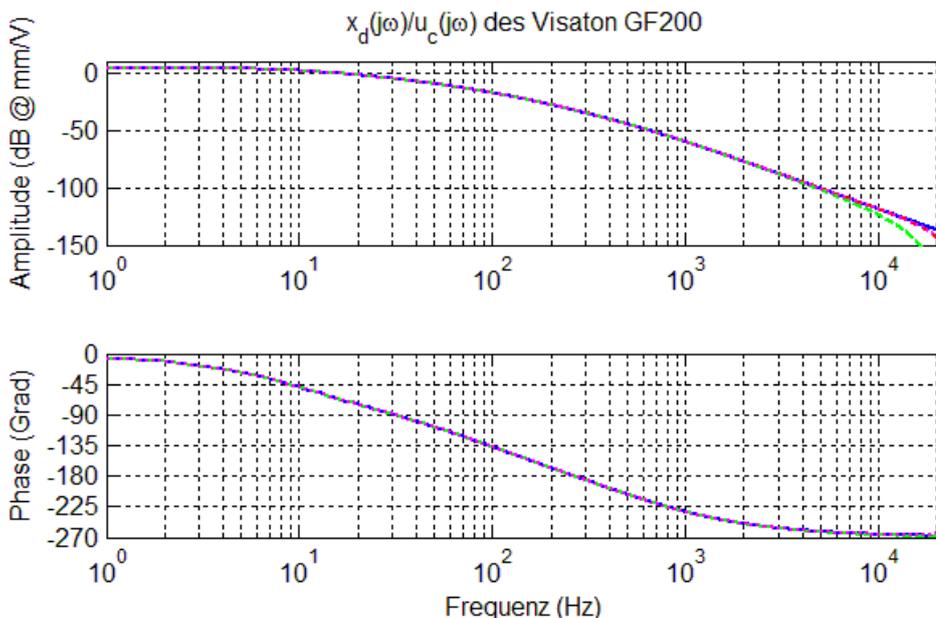
$$\frac{i_c(z)}{u_c(z)} = \frac{b_{0,e} + (b_{0,e}a_1 + b_{1,e})z^{-1} + (b_{0,e}a_2 + b_{1,e}a_1)z^{-2} + b_{1,e}a_2z^{-3}}{(a_{0,e} + (Bl)^2b_{0,e}b) + (a_{0,e}a_1 + a_{1,e} + (Bl)^2b_{1,e}b)z^{-1} + (a_{0,e}a_2 + a_{1,e}a_1 - (Bl)^2b_{0,e}b)z^{-2} + (a_{1,e}a_2 - (Bl)^2b_{1,e}b)z^{-3}} \quad (4.11)$$

Der Frequenzgang  $\frac{i_c(j\omega)}{u_c(j\omega)}$  ist eine um  $1/Bl$  skalierte Version der Abb. 4-2.

#### 4.1.4 Validierung des zeitdiskreten Lautsprechermodells

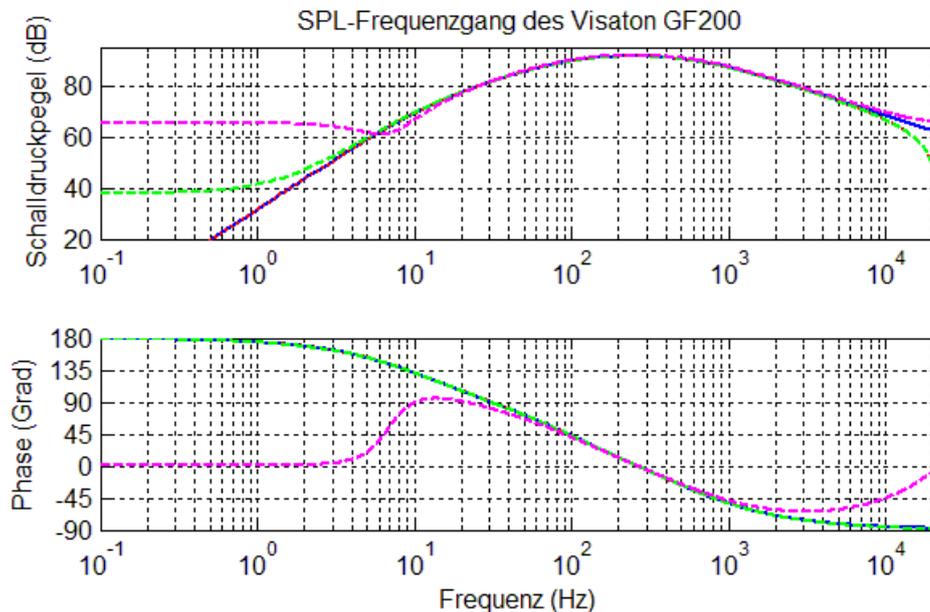
In Kapitel 4.1 wird das zeitdiskrete Lautsprechermodell zur Berechnung der Membranauslenkung, des Schalldrucks und des Spulenstroms aus der Aneinanderreihung von bereits diskretisierten Teilübertragungsfunktionen ( $Y_e(z)$ ,  $X_m(z)$ , usw.) gewonnen. Unter der Voraussetzung einer großen Wortbreite für die Signalverarbeitung (wie z.B. in Matlab, 64 Bit), sind die Quantisierungsfehler so klein, dass diese Vorgehensweise zulässig ist. Eine andere Möglichkeit ist, zuerst die gesamte zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion durch Aneinanderreihung der zeitkontinuierlichen Einzelübertragungsfunktion ( $Y_e(s)$ ,  $X_m(s)$ , usw.) zu bestimmen und diese dann zu diskretisieren. Es werden die in der Arbeit vorgestellten Verfahren der **Impulsinvarianz** und **bilinearen Transformation** betrachtet. Die Berechnung der Übertragungsfunktionen basiert auf den Befehlen **impinvar** und **bilinear** in Matlab [13].

Einen Vergleich zeigt Abb. 4-7. Die blaue Linie repräsentiert den Membranhub – Frequenzgang des zeitkontinuierlichen Referenzmodells. In rot ist der bereits ermittelte Frequenzgang aus den zeitdiskreten Einzelübertragungsfunktionen dargestellt. Erstaunlicherweise liefert dieser ein gleiches bzw. besseres Ergebnis als die direkte Ermittlung durch die Impulsinvarianzmethode (magenta) oder die bilineare Transformation (grün).



**Abb. 4-7** Vergleich der Membranhub – Frequenzgänge; **blau**: zeitkontinuierliches Modell, **rot**: zeitdiskretes Modell aus Einzelübertragungsfunktionen, **magenta**: zeitdiskretes Modell aus Impulsinvarianzmethode, **grün**: zeitdiskretes Modell aus bilinearer Transformation

Noch ungenauer sind die Resultate des Schalldruckpegel-Frequenzgangs. Insbesondere die Phase der Impulsinvarianztransformierten zeigt große Unterschiede. Unter der Beschränkung, dass nur der Hörfrequenzbereich (20Hz-20kHz) als wesentlich betrachtet wird, liefert die bilineare Transformation aber auch zufriedenstellende Ergebnisse.



**Abb. 4-8** Vergleich der SPL – Frequenzgänge; **blau**: zeitkontinuierliches Modell, **rot**: zeitdiskretes Modell aus Einzelübertragungsfunktionen, **magenta**: zeitdiskretes Modell aus Impulsinvarianzmethode **grün**: zeitdiskretes Modell aus bilinearer Transformation

#### 4.1.4.1 Vergleich der Impulsantworten

Bisher wurden immer nur die Frequenzgänge der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Modelle miteinander verglichen. Wesentlich ist aber auch das Zeitverhalten, da die resultierenden Filter mit einem Audiosignal gefaltet werden. Da gewöhnliche Musik- und Sprachsignale auch impulshaltige Schallereignisse enthalten ist die Impulsantwort eines Lautsprechers von Interesse. Die Impulsinvarianzmethode gewährleistet, dass die Impulsantworten des zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Filters identisch sind, weil der Ansatz zur Bestimmung des zeitdiskreten Filters die gesampelte Impulsantwort des zeitkontinuierlichen Filters ist (siehe Kapitel 3.1.1). Bei der bilinearen Transformation kann es aber passieren, dass sich die Gruppenlaufzeit des entworfenen Filters ändert und somit die Impulsantwort ebenfalls verändert wird. Deshalb ist eine Überprüfung notwendig.

Der Vergleich der Impulsantworten des zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Modells in Abb. 4-9 zeigt einen identischen Verlauf der beiden. Somit ist gewährleistet, dass sich das zeitdiskrete Modell auch im Zeitbereich gleich verhält wie sein analoges Pendant. Ein Blick auf den linken Graphen verdeutlicht auch, warum impulshaltiger Schall für einen Lautsprecher schädlich ist. Die Membran erfährt eine (!!!theoretische!!!) Auslenkung von fast 90mm. Die Grenzauslenkung des Visaton GF200 liegt aber bei 10mm. Natürlich ist impulshaltiger Schall in der Praxis nie diracförmig, wodurch sich eine drastische Reduzierung der Auslenkung im Vergleich zur Simulation ergibt. Trotzdem ist davon auszugehen, dass das Chassis bei einer derartigen Belastung beschädigt werden könnte. Solche

impulshaften Signale entstehen in der Praxis zum Beispiel beim Ein- und Ausstecken von Kabeln und sind unbedingt zu vermeiden!

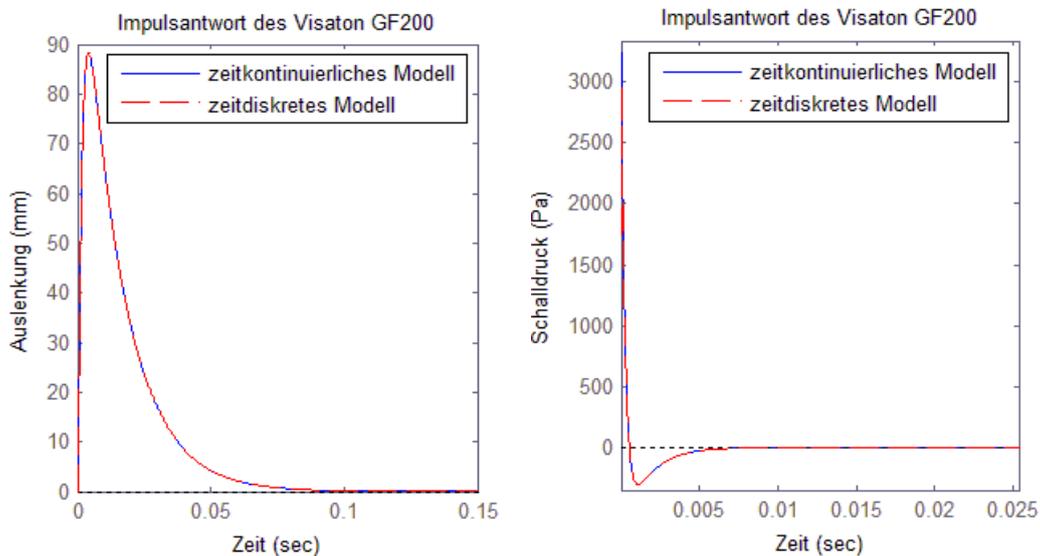


Abb. 4-9 Impulsantworten des Visaton GF200; links: vom Membranhub, rechts: vom Schalldruck

## 4.2 Bestimmung aus dem Schalldruckpegel – Frequenzgang

Als Alternative zu Kapitel 4.1 ist es auch möglich ein generisches Filter zu entwerfen, das keine Kenntnis der Thiele-Small Parameter voraussetzt. Als Ausgangspunkt muss aber ein gemessener Frequenzgang des zu interessierenden Lautsprechers vorliegen.

Um aus dem Frequenzgang ein passendes Filter zu entwerfen ist Folgendes zu berücksichtigen:

- Frequenzgangglättung (optional, z.B. 1/N-tel Oktavfilterung)
- Inter-/Extrapolation von Werten des (logarithmisch aufgenommenen) Frequenzganges
- Konstruktion der Phase (linear- bzw. minimal, falls nicht schon im Frequenzgang enthalten)
- Bestimmung der FIR-Filterkoeffizienten der Übertragungsfunktion  $p_r(z)/u_c(z)$
- Einbeziehung der akustischen und mechanischen Zusammenhänge zur Filterbestimmung der Übertragungsfunktion  $x_d(z)/u_c(z)$

### 4.2.1 1/N-tel Oktavfilterung

Bevor der durch eine spezielle Software (z.B. ARTA) aufgenommene Frequenzgang weiterverarbeitet werden kann, ist eine Glättung notwendig. Vor allem bei hohen Frequenzen entstehen durch Ausbildung von Partialschwingungen und Bündelung Spitzen im Amplitudengang. Diese spitzen führen zu einem welligen Phasengang, der sich dann auch auf die berechnete Gruppenlaufzeit negativ auswirkt. Durch die Glättung können diese Auswirkungen minimiert werden. In dem, im Zuge dieser Arbeit, erstellten Matlab-Skript kann der Anwender angeben, ob und in mit welcher Oktavbandbreite gefiltert werden soll.

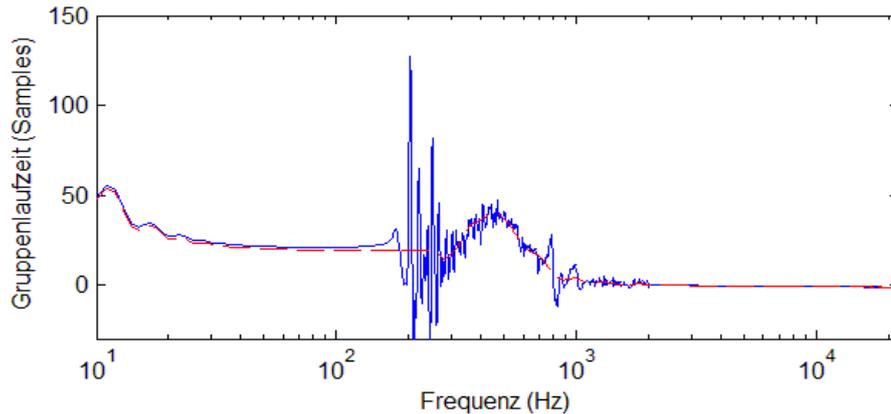


Abb. 4-10 Gruppenlaufzeit der Membranauslenkung des RA 11x15x3.5mm ohne (blau) und mit 1/3tel – Oktavglättung (rot)

## 4.2.2 Interpolation/Extrapolation des gemessenen Frequenzgangs

Da für die Konstruktion der Minimalphase in Kapitel 4.2.3 eine IFFT notwendig sein wird und in weiterer Folge mit dem gewonnenen Filter eine Filterung der Spulenspannung  $u_c$  durchgeführt wird, müssen die Frequenzbins in äquidistanten Abständen vorliegen, weil die FFT und die Filterung lineare Operationen sind. Der aufgenommene Schalldruckpegel - Amplitudengang wird aber meist über der logarithmischen Frequenzachse dargestellt, weshalb eine Interpolation der Messdaten notwendig ist. Weiters ist für die IFFT ein Spektrum notwendig, dass sich von 0Hz -  $f_s/2$  erstreckt. Gemessene Frequenzgänge beinhalten in der Regel sinnvollerweise nur Frequenzen, die im Hörbereich (20Hz-20kHz) liegen. Deshalb müssen zur korrekten Ermittlung der Impulsantwort des Lautsprechers die außen fehlenden Frequenzen extrapoliert werden.

### 4.2.2.1 Extrapolation der Messdaten

In den später zur Verfügung stehenden Matlab-Skripts besteht die Möglichkeit die Extrapolation der tiefen und hohen Frequenzen entweder automatisch oder manuell durchzuführen. Die Parameterübergabe erfolgt mit der Variable **extrapol** beim Funktionsaufruf **extrap\_spl** oder **extrap\_x** (siehe Anhang B). Die Variable verweist auf ein 2-elementiges Cell-Array mit den Einträgen  $\{high\_freq, low\_freq\}$ . Mit dem Flag 'auto' erfolgt eine automatische Berechnung der Dämpfung der Flanken des oberen und unteren Bereichs im Sekundbandabstand und im logarithmischen Maßstab. Mit diesen Dämpfungskonstanten werden auf beiden Seiten Stützstellen zur späteren Interpolation errichtet. Falls der extrapolierte Frequenzgang nicht den gewünschten Erwartungen entspricht, kann durch manuelle Eingabe jede beliebige Flankensteilheit vorgegeben werden. Der Wert der Dämpfung ist in dB/Dekade anzugeben.

Hinweis: Die Funktion **extrap\_x** verzichtet auf eine manuelle Eingabemöglichkeit der Flankensteilheit für tiefe Frequenzen, da der Hub unter einer bestimmten Frequenz frequenzunabhängig wird und somit der Frequenzgang durch eine horizontale Gerade erweitert werden kann.

#### 4.2.2.2 Interpolation der Messdaten

Nachdem der Amplitudengang vollständig erweitert ist (DC -  $f_s/2$ ), muss noch eine äquidistante Rasterung (Interpolation) durchgeführt werden. Die Auflösung des Rasters ist abhängig von der Länge der verwendeten FFT. Der dafür verwendete Matlab – Befehl *interp1* [13] basiert auf einem „table lookup“ Mechanismus, der mit dem Frequenzvektor und den zugehörigen Messpunkten gefüttert wird. Zusätzlich ist die zu verwendende Interpolationsmethode angebar.

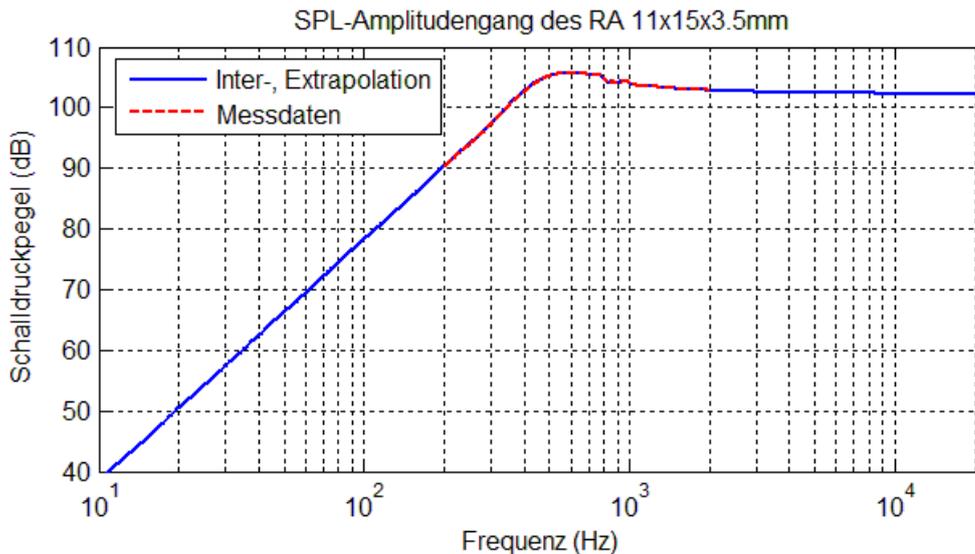


Abb. 4-11 Inter- und extrapolierte Amplitudengang des LS RA 11x15x3.5mm der Firma NXP

#### 4.2.3 Konstruktion des minimalphasigen Filters

Idealerweise besteht die Frequenzgangmessung aus einem Amplituden- und Phasengang. Meist steht der Phasengang aber nicht zur Verfügung. In diesem Fall muss aus dem Amplitudengang eine Phase (minimal- oder linear) konstruiert werden.

Die Bedingung zur Konstruktion einer Minimalphase ist natürlich ein minimalphasiges System beschreiben zu wollen. Das bedeutet, dass der reale Lautsprecher sich wie ein Minimalphasensystem verhalten muss, da die errechnete Phase ansonsten ungültig ist. Lautsprecher, die diese Bedingung erfüllen, sind Einweg-Systeme, eingebaut in der Schallwand oder im geschlossenen Gehäuse. Mehrwegesysteme und Boxen mit Bassreflexrohr erfüllen diese Bedingung nicht.

Unter der Voraussetzung der Minimalphasigkeit ist die Berechnung der Minimalphase aus dem logarithmierten Amplitudengang mittels *cepstraler Techniken* und der *Hilbert-Transformation* möglich [2, Kapitel 12]:

Das **reelle Cepstrum** ist definiert als inverse Fouriertransformation des logarithmierten Amplitudenganges:

$$c_{H_{LSP}}[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log |H_{LSP}(e^{j\omega})| e^{j\omega n} d\omega \quad (4.12)$$

Es ist leicht zu berechnen, hat aber den Nachteil, dass es phasenunabhängig und somit auch nicht mehr invertierbar ist. Das heißt Die Impulsantwort  $h_{LSP}[n]$  kann nicht mehr aus  $c_{H_{LSP}}[n]$  rückgewonnen werden.

Eine allgemeinere Definition ist das *komplexe Cepstrum*:

$$\hat{c}_{H_{LSP}}[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log H_{LSP}(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \quad (4.13)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \log |H_{LSP}(e^{j\omega})| + j \arg \left( H_{LSP}(e^{j\omega}) \right) \right] e^{j\omega n} d\omega \quad (4.14)$$

Komplexes Cepstrum bedeutet nicht, dass die Folge komplex sein muss! Es bezieht sich auf die Verwendung des komplexen Logarithmus. Das komplexe Cepstrum einer reellen Folge  $h_{LSP}[n]$  ist z.B. auch wieder eine reelle Folge.

Ein Vergleich der Gleichung (4.12) mit Gleichung (4.14) zeigt, dass das reelle Cepstrum die inverse Fouriertransformierte des Realteils von  $\hat{H}_{LSP}(e^{j\omega})$  und somit nach Anwenden von Fouriertransformationsvorschriften der konjugiert-symmetrische Teil von  $\hat{c}_{H_{LSP}}[n]$  ist:

$$c_{H_{LSP}}[n] = \frac{\hat{c}_{H_{LSP}}[n] + \hat{c}_{H_{LSP}}^*[-n]}{2} \quad (4.15)$$

In [2, S.949] wird gezeigt, dass das komplexe Cepstrum  $\hat{c}_{H_{LSP}}[n]$  kausal ist, wenn die zugehörige Folge  $h_{LSP}[n]$  minimalphasig ist, also  $H_{LSP}(z)$  nur Pole und Nullstellen innerhalb des Einheitskreises besitzt.

Die **Hilbert-Transformationsbeziehung** sagt aus, dass unter der Bedingung des Vorhandensein einer kausalen Folge  $x[n]$ , der Real- und Imaginärteil der Fouriertransformierten von  $x[n]$  in einer bestimmten Beziehung zueinander stehen. Diese ist das Hilbert Transformationsfilter und ist wie folgt definiert [2, S.824]:

$$H_H(e^{j\omega}) = -j \operatorname{sgn}(\omega) \quad (4.16)$$

Da es sich bei der Impulsantwort eines Lautsprechers um eine reelle und kausale Folge handelt, ist diese Beziehung anwendbar.

Wenn jetzt also  $\hat{c}_{H_{LSP}}[n]$  kausal ist ( $h_{LSP}[n]$  minimalphasig), dann können wir die Hilbert Transformationsbeziehung zwischen den realen ( $\log |H_{LSP}(e^{j\omega})|$ ) und imaginären ( $\arg \left( H_{LSP}(e^{j\omega}) \right)$ ) Teilen des komplexen Cepstrum anwenden.

In Verbindung mit Gleichung (4.15) bedeutet dies, dass das komplexe Cepstrum aus dem reellen Cepstrum durch lineare Filterung bestimmt werden kann, wenn davon ausgegangen werden kann, dass das komplexe Cepstrum kausal ist [2, S.949ff]! (Bedingung der Minimalphasigkeit von  $h_{LSP}[n]$ ):

$$\hat{c}_{H_{LSP}}[n] = c_{H_{LSP}}[n] h_{min}[n] \quad (4.17)$$

$$h_{min}[n] = 2u[n] - \delta[n] \quad (4.18)$$

## 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

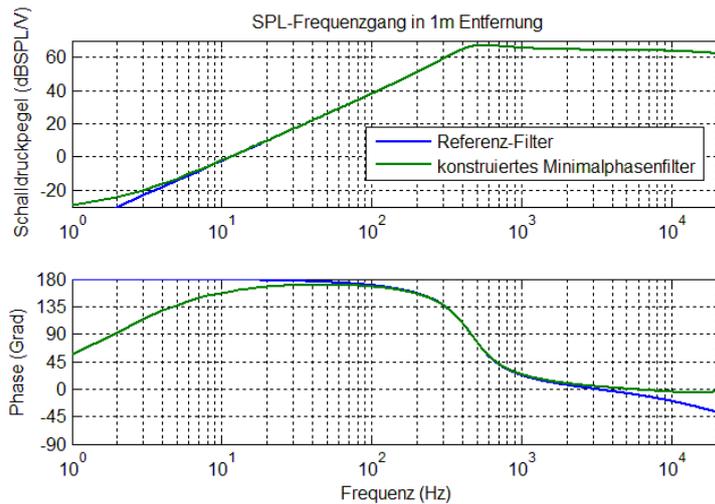


Abb. 4-12 Vergleich der konstruierten Minimalphase zur analogen Referenzphase des RA 11x15x3.5mm

Die Hilbert Transformation ist eigentlich nur für zeitkontinuierliche Funktionen definiert. Gleichung (4.18) ist eine Approximation, die es möglich macht, die Hilbert Transformation auch auf digitalen Prozessoren anzuwenden, und wird „Diskrete Hilbert Transformation“ (DHT) genannt. Auf Grund der Approximation sind Fehler in der konstruierten Phase zu erwarten. Ein Blick auf Abb. 4-12 zeigt die Abweichung der konstruierten Phase von der Phase des analogen Referenzfilters. Die Fehler sind bei 0 Hz und der Nyquist Frequenz am größten und entstehen durch die Annäherung der Fourier Transformation mittels der DFT/FFT, die bei der Anwendung der DHT benötigt wird [8, S.3]. Die Phase dreht an diesen Stellen immer auf  $0^\circ$ . Abhilfe verschafft die Annäherung an den kontinuierlichen Raum durch Erweiterung des Frequenzbereichs und Erhöhung der Auflösung. In Bezug auf Audioanwendungen ist diese Lösung aber nicht möglich, da irgendwann in der Signalverarbeitungskette wieder auf die entsprechende Standard-Samplingfrequenz reduziert werden muss, um die vorliegenden Audiosignale letztendlich filtern zu können.

### 4.2.4 Konstruktion des linearphasigen Filters

Die Konstruktion des linearphasigen Filters geschieht mit Hilfe der Frequenzabtastung, welche bereits im Kapitel 3.1.3 vorgestellt wurde. Als Input für die IDFT bzw. IFFT wird allein der Betragsfrequenzgang (keine Phaseninformation) benötigt. Die so entstehende Impulsantwort ist symmetrisch, aber akausal, also in der Praxis nicht realisierbar. Ein linearphasiges Filter geht aus diesem symmetrischen Filter durch Verzögerung um die halbe Filterlänge hervor [5, Kapitel 4]. Dadurch wird die Kausalität gewährleistet.

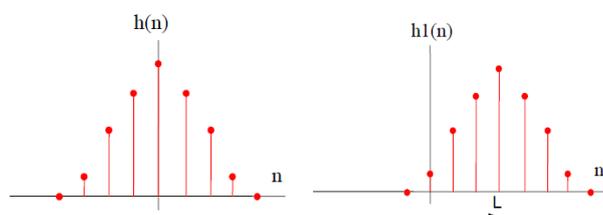


Abb. 4-13 Filter mit akausaler (rechts) und kausaler (links) Impulsantwort

Anschließend wird durch Fensterung noch die gewünschte Länge (bzw. Ordnung) des Filters festgelegt. Die Auswahl der Fensterart hat Einfluss auf die Flankensteilheit und die Stoppbandunterdrückung des resultierenden Frequenzganges. Für die geforderte Anwendung ist das Wählen eines geeigneten Fensters eher unkritisch, da keine steilen Flanken nötig sind und deshalb auch die Sperrdämpfung gering gehalten werden kann.

Linearphasige Filter sind durch eine konstante Gruppenlaufzeit charakterisiert. Das heißt, dass alle Frequenzen gleich verzögert werden. Das entspricht aber nicht dem wahren Verhalten eines Lautsprecherchassis. Wie in Kapitel 4.2.3 erwähnt ähnelt ein Einweg-Lautsprecher eher einem minimalphasigen System. Trotzdem wird aus Gründen des Interesses die Konstruktion eines linearen Filters berücksichtigt, um bei späteren Hörversuchen herauszufinden, ob Unterschiede hörbar sind.

#### 4.2.5 Ermittlung der Membranauslenkung

Wie schon in den vorhergehenden Kapiteln gezeigt worden ist, ist der Membranhub mit dem Schalldruck über eine zweifache Integration verknüpft. Dies gilt aber nur bei Vernachlässigung von diversen Effekten, wie z.B. Bündelung und Beugung. Unter Verwendung der Gleichung (1.12) ergibt sich bei nicht Berücksichtigung des Phasenterms:

$$x_d(s) = \frac{2\pi r}{s^2 \rho_L S_d} p_r(s) = \frac{2\pi r}{s^2 \rho_L S_d} p_0 10^{\frac{SPL(s)}{20}} \quad (4.19)$$

Im Wesentlichen geschieht im Amplitudenbetrags-Spektrum eine Division durch  $1/\omega^2$  und im Phasengang eine Phasenverschiebung um  $-180^\circ$ .

Der Entwurf des linear- bzw. minimalphasigen Filters basiert auf der gleichen Entwurfstechnik, wie schon in den Kapiteln 4.2.3 - 4.2.4 beschrieben. Als Ausgang dient der durch Gleichung (4.19) beschriebene Frequenzgang, bei dem die Phaseninformation ignoriert wird.

##### 4.2.5.1 Baffle Step Equalizer

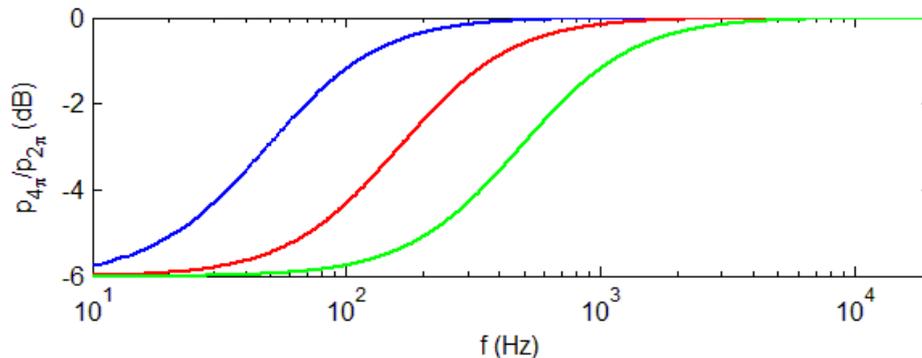
Bei dem bisherigen Modell der akustischen Abstrahlung ist vereinfacht von einem linearen Modell ausgegangen worden, welches die Membranbeschleunigung mit dem Schalldruck in einen direkten linearen Zusammenhang setzt (siehe Gleichung (1.11) & (1.12)). Abgesehen von Partialschwingungen und Bündelung, die erst bei hohen Frequenzen eintritt, ist die Abstrahlung in den Halbraum (Lautsprecher eingebaut in eine unendlich ausgedehnte schallharte Wand) durch Gleichung (1.12) sehr gut beschrieben.

Bei Einbau des Chassis in ein Gehäuse muss aber ein weiterer Effekt berücksichtigt werden. Bei tiefen Frequenzen (die Grenzfrequenz hängt von den geometrischen Eigenschaften des Gehäuses ab) tritt eine Beugung der Schallwellen auf, während das Gehäuse für Schallwellen mit kürzerer Wellenlänge weiterhin eine schallharte Wand darstellt. Das bedeutet, dass der Schalldruck im Fernfeld zu tiefen Frequenzen abnimmt. In [9] wird eine einfache Näherungslösung beschrieben, die diesen Effekt berücksichtigt. Der sogenannte „Baffle Step Equalizer“ wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{p_{4\pi}}{p_{2\pi}} = \frac{1 + j f / f_0}{2 + j f / f_0} \quad (4.20)$$

mit  $f_0 = 42.70/d$  für eine Kugelbox mit dem Durchmesser  $d$  oder  
mit  $f_0 = 34.16/d$  für eine rechteckige Box der Breite  $d$ .

Gleichung (4.20) gilt für den Frequenzgang auf Achse des Lautsprechers mit einem Fehler von  $<0.5\text{dB}$ .



**Abb. 4-14** Baffle Step Equalizer für ein rechteckiges Gehäuse der Breite  $d$   
**blau:**  $d=1\text{m}$ , **rot:**  $d=0.3\text{m}$ , **grün:**  $d=0.1\text{m}$

Abb. 4-14 zeigt den Amplitudengang des Baffle Step Equalizers für unterschiedliche Gehäuseabmessungen. Sie verdeutlicht den Übergang zwischen kugelförmiger und halbkugelförmiger Abstrahlung, der durch den Faktor  $1/2 \cong -6\text{dB}$  gekennzeichnet ist.

Der Baffle Step Equalizer ist ein einfaches Konzept, um die Berechnung des Membranhubes bei Einbau des Lautsprechers in ein Gehäuse zu korrigieren. Um ihn richtig einzusetzen zu können, muss aber zwischen SPL-Messungen nahe (an der Baffle) und weit entfernt (Freifeld) von der Lautsprechermembran unterschieden werden.

#### 4.2.5.2 Baffle/ Freifeld SPL-Kurven

Die Ermittlung eines Freifeld-Frequenzgangs basiert in nicht reflexionsarmen Räumen meist aus einer Kombination aus Nah- und gefensterter Fernfeldmessung [9]. Durch die Fensterung werden Reflexionen vermieden, die den Kurvenverlauf verfälschen. Durch das zeitliche Fenster ( $\approx 5\text{ms}$ ) können tiefe Frequenzen nicht abgebildet werden, weshalb ebenfalls eine Nahfeldmessung von Nöten ist. Diese muss korrigiert, bzw. an die Fernfeldmessung angepasst werden. Ein Punkt, der dabei beachtet werden muss ist eben die Beugung am Gehäuse, die im Falle der Nahfeldmessung nicht gemessen wird und z.B. durch den Baffle Step Equalizer berücksichtigt wird.

In Bezug auf die Berechnung des Membranhubs aus dem Schalldruck wird nun unterschieden:

**“Bafflefrequenzgang“ als Vorgabe:**

Unter Bafflefrequenzgang versteht sich in diesem Zusammenhang die Aufnahme des SPL-Frequenzgangs in unmittelbarer Nähe der Lautsprechermembran. In diesem Fall ist der Schalldruck direkt proportional zur Membranbeschleunigung. Es besteht ein linearer Zusammenhang, der in Kapitel 1.4 beschrieben ist. Deshalb ist keine Korrektur nötig. Die durch die Bafflefrequenzgangmessung entstehenden Einbrüche des SPL-Frequenzgangs bei hohen Frequenzen (bedingt durch Interferenzen) spielen ebenfalls keine Rolle für die Berechnung der Auslenkung weil diese dort eine hohe Dämpfung aufweist.

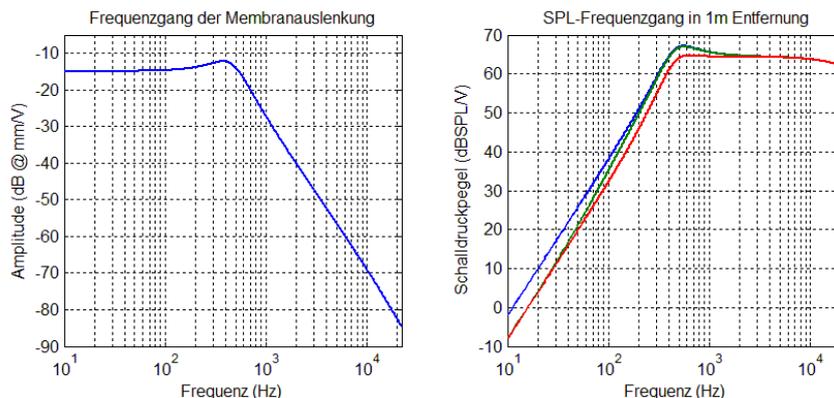
**Freifeldfrequenzgang als Vorgabe:**

Ab einer bestimmten Entfernung [9] macht sich die Beugung der tiefen Frequenzen als Abfall im Frequenzgang bemerkbar. Der lineare Zusammenhang zwischen Schalldruck und Membranhub ist nicht mehr gegeben und muss mittels Baffle Step Equalizer korrigiert werden. Der Baffle Step Equalizer sei durch die Übertragungsfunktion  $B_{EQ}(s)$  gegeben. Der wahre Frequenzgang des Membranhubs errechnet sich nun aus der Gewichtung des SPL Frequenzgangs mit der inversen Übertragungsfunktion des Baffle Step Equalizers,

$$X_d(s) = \frac{P_r(s) H_{lin}(s)}{B_{EQ}(s) s^2} \tag{4.21}$$

wobei  $H_{lin}(s)$  den linearen Zusammenhang zwischen Schalldruck und Membranbeschleunigung beschreibt und  $1/s^2$  der Integration im Frequenzbereich entspricht. Die Korrektur bewirkt eine Anhebung des Hubs um  $+6dB$  bei tiefen Frequenzen.

Abb. 4-15 zeigt die Korrektur durch den Baffle Step Equalizer für die kleinste Abmessung des Gehäuses bzw. des Baffle  $d = \infty, 0.5, 0.1m$ . Je kleiner die Abmessungen werden, desto mehr höhere Frequenzanteile sind von der Korrektur betroffen.



**Abb. 4-15** Auswirkung des Baffle Step Equalizers auf den Membranhub des RA 11x15x3.5mm für verschiedene Baffle Größen; **blau:**  $d=\infty$ , **grün:**  $d=0.5m$ , **rot:**  $d=0.1m$

### 4.3 Vergleich der beiden Ansätze

Für den späteren Einsatz zur Simulation des Schalldrucks und der Membranauslenkung im Labor, ist es wichtig, dass sowohl die Bestimmung der Filterkoeffizienten aus den Thiele-Small Parametern als auch die Filtergenerierung aus einem vorgegebenen (gemessenen) SPL-Frequenzgang gleiche Resultate liefern.

Im Falle des ersten Ansatzes mit den Thiele-Small Parametern kann im Vorhinein schon festgehalten werden, dass diese Parameter nur den Frequenzbereich um die mechanische Resonanz und darunter gut beschreiben. Das heißt, dass der SPL-Frequenzgang über den gesamten Hörfrequenzbereich, der vor allem bei hohen Frequenzen von Partialschwingungen geprägt ist, mit dem einfachen linearen Modell nie vollständig angenähert werden kann. Das gilt vor allem für Tief- und Mitteltonchassis. Bei den Hochtonchassis hat man eher mit dem Modellierungsproblem der elektrischen Admittanz (siehe Kapitel 3.2) zu kämpfen. Bedingt durch die Tiefpasscharakteristik der elektrischen Admittanz und der Stauchung der Frequenzachse durch die bilineare Transformation fällt der SPL-Frequenzgang zur halben Abtastfrequenz  $f_s/2$  ungewöhnlich steil ab.

Dieser „Mismatch“ des Modells ist für die Betrachtung der Membranauslenkung aber unerheblich. Die Begründung liegt darin, dass der prinzipielle Verlauf des Frequenzgangs einen Tiefpass 2. Ordnung (unter zusätzlicher Berücksichtigung der Schwingspule einen TP 3. Ordnung) darstellt. Deshalb ist davon auszugehen, dass die Dämpfung bei der Frequenz, ab der das Modell zu versagen beginnt, ausreichend groß ist um diese Fehler ignorieren zu können. Es sollte sich also eine gute Übereinstimmung der beiden entwickelten Modelle ergeben.

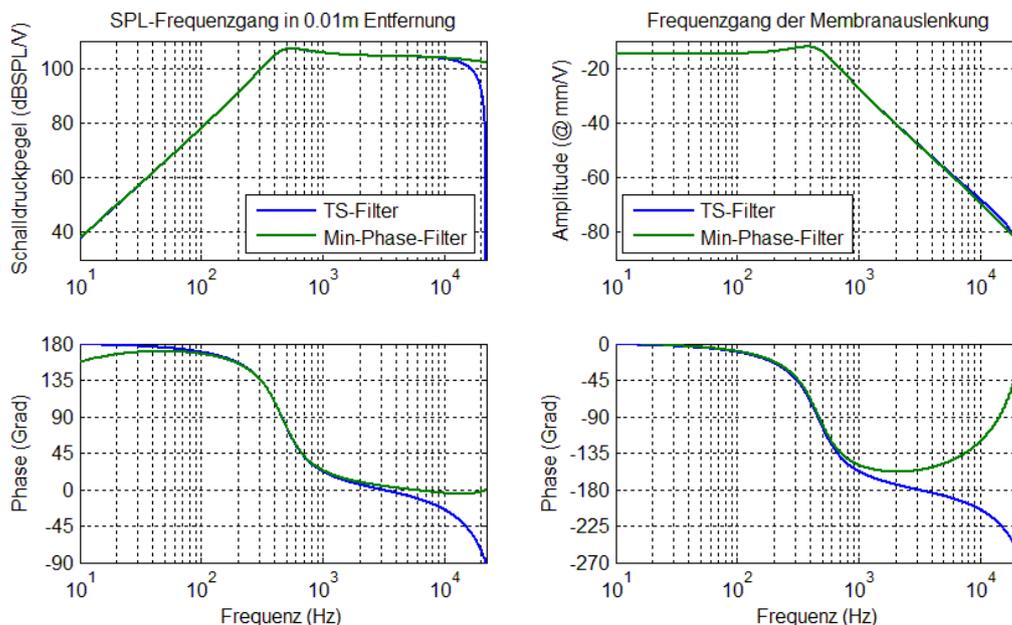
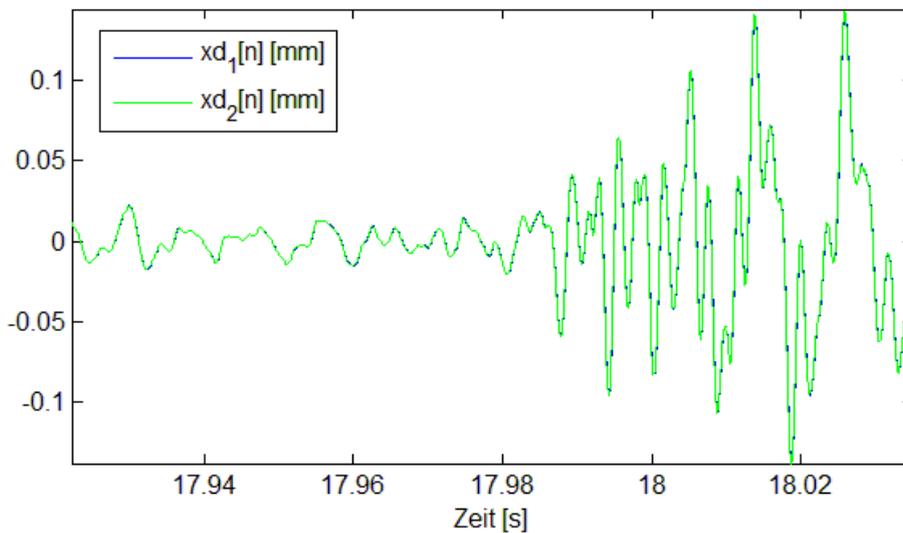


Abb. 4-16 Vergleich der beiden Filtermodelle für das RA 11x15x3.5mm

Abb. 4-16 vergleicht das digitale Lautsprechermodell aus den TS-Parametern mit den Filtern, welche aus einem vorhandenem Betragsfrequenzgang bestimmt wurden. Es sei hier angemerkt, dass der

zugrundeliegende Frequenzgang nicht einer Messung entspringt, sondern aus der zeitkontinuierlichen Lösung der Übertragungsfunktion generiert wurde. Das macht sich vor allem durch den glatten Verlauf im oberen Frequenzbereich bemerkbar. Trotzdem sollte dieses Beispiel zur Veranschaulichung reichen. Sofort erkennbar ist die gute Übereinstimmung des Amplitudengangs, vor allem der Membranauslenkung. Die Phase weicht ab 1kHz stark ab, bedingt durch die bereits erwähnte diskrete Hilberttransformation. Auf Grund der großen Dämpfung bei diesen Frequenzen ist die Phaseninformation ohnedies irrelevant, sodass man sagen kann, dass die beiden Modelle in Hinsicht auf den Membranhub äquivalent sind.

Die nächste Abbildung zeigt einen Zeitausschnitt der Membranauslenkung für beide Filtermodelle. Als Audio-Eingangssignal dienen die ersten 20 Sekunden des Liedes „Vielen Dank für die Blumen“ von Udo Jürgens und wurde auf  $u_c = \pm 1V_{pp}$  normiert. Die beiden Kurven decken einander ident.  $xd_1$  entspricht dem TS-Filter.



**Abb. 4-17** Zeitausschnitt der Membranauslenkung des RA 11x15x3.5mm; **blau:** TS-Filter, **grün:** Filter generiert aus dem Frequenzgang des SPL

Einen besseren Vergleich lässt die Gegenüberstellung der Maximalhübe und der Crestfaktoren zu. Der Crestfaktor ist definiert als:

$$\xi = \frac{\max(x)}{\text{Effektivwert}(x)} \tag{4.22}$$

Tab. 4-2 zeigt, dass die Modelle wirklich gut aufeinander abgestimmt sind. Vor allem beim Maximalwert des Membranhubs, der als Einbaukriterium oft herangezogen wird, ist es wichtig, dass man sich auf die Schätzung des verwendeten Filters verlassen kann.

	$xd_1$	$xd_2$
<b>Maximalhub</b>	0.153mm	0.153mm
<b>Crestfaktor</b>	6.576	6.579

**Tab. 4-2** Filtervergleich

#### 4.4 Inverser Ansatz – Vorgabe eines Membranhubfrequenzgangs

Wenn man ein Filter generiert, das die Messdaten eines SPL-Frequenzgangs als Vorgabe hat, um die Membranauslenkung zu berechnen, sollte es bei erster und schneller Überlegung auch denkbar sein, ein inverses Filter zu konstruieren, welches aus einem vorgegebenen Membranhub-Frequenzgang den entsprechenden SPL-Verlauf bestimmt. Dazu muss zuerst einmal ein solcher Frequenzgang vorhanden sein, der z.B. mit Hilfe von einem Laserdistanzmesser ermittelt wird.

Bei näherer Betrachtung wird aber schnell ersichtlich, dass mit einem linearen Ansatz nur eine sehr vereinfachte Näherungslösung möglich ist, die weit entfernt von der Realität der wirklichen Abstrahlung eines Lautsprechers ist. Als lineares Modell zur Umrechnung dient Gleichung (4.21), die nach  $X_d(s)$  umgeformt wird.

$$P_r(s) = X_d(s)B_{EQ}(s) \frac{s^2}{H_{in}(s)} \quad (4.23)$$

Wiederum werden die schon öfters erwähnten Partialschwingungen, für die es keine analytische Lösung gibt, vernachlässigt. Diese tragen aber wesentlich zum Übertragungsverhalten des Schalldrucks bei hohen Frequenzen bei. Somit ist der inverse Ansatz nur bedingt brauchbar.

##### 4.4.1 Verifizierung des Membranfrequenzgangs

Die Lasermessung eignet sich aber hervorragend zur Verifizierung der designten Filter zum Ermitteln des Membranhubs aus dem SPL-Frequenzgang. Der folgenden Tab. 4-3 liegt eine kleine Messreihe zugrunde. Diese besteht aus 4 Messpaaren, wobei ein Messpaar aus einer Schalldruckpegel-Frequenzgangmessung in 1cm Entfernung und einer Membranhub-Frequenzgangmessung als Referenz besteht. Die Messungen wurden mit unterschiedlichen Leistungen und Gehäusen durchgeführt. Das vermessene Chassis ist das RA 11x15x3.5mm der Firma NXP. Bei allen Berechnungen wurde im Vorhinein eine 1/6-Oktavglättung durchgeführt. Die simulierte Spulenspannung  $u_c(t)$  ist auf den Spitzenwert von 1V normiert. Weitere Details entnehme man aus der Tabelle. Als Audioinput wurden für alle Berechnung wieder die ersten 20 Sekunden des Songs „Vielen Dank für die Blumen“ verwendet.

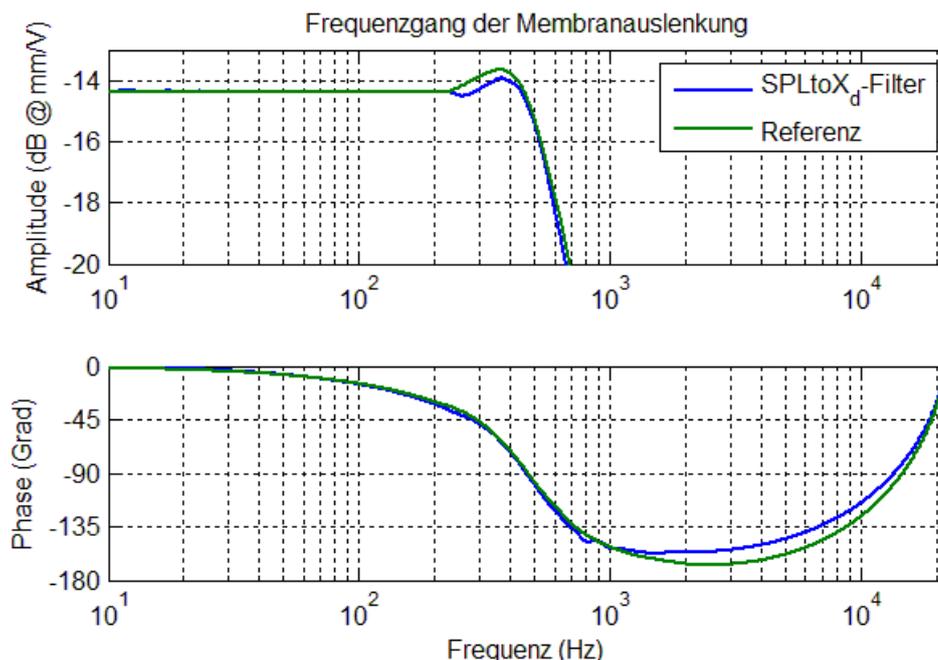
Einbauart Leistung an $Z = 8\Omega$	Berechneter Hub		Referenzhub		Relativer Fehler [%]	
	Max [mm]	Crestfaktor	Max [mm]	Crestfaktor	Max	Crestfaktor
Offene Schallwand 1mW	0.149	6.57	0.167	6.62	10.71	0.74
Offene Schallwand 100mW	0.143	6.53	0.144	6.57	1.77	0.60
Geschl. Gehäuse 1ccm; 1mW	0.073	7.61	0.074	8.38	1.36	9.18
Geschl. Gehäuse 1ccm; 500mW	0.057	8.24	0.061	8.21	7.02	0.35

Tab. 4-3 Vergleiche des berechneten Hubs mit einer Referenz-Lasermessung des RA 13x11x3.5cm

Die Ergebnisse dieser Tabelle muss man ein wenig mit Vorsicht genießen. Der Hauptgrund dieser Aussage betrifft die vorliegenden Frequenzgänge. Diese wurden nur im Frequenzintervall von 200Hz-2kHz aufgenommen. Durch die notwendige Extrapolation über große Frequenzbereiche (bis 0Hz und 22050Hz) kann es zu Fehlern kommen. Trotzdem lässt die Tabelle einige Aussagen zu:

- Durch die zusätzliche Federsteifigkeit des geschlossenen Volumens sinkt die Auslenkung der Membran bei gleicher zugeführter elektrischer Leistung deutlich im Vergleich zur offenen Schallwand.
- Bei gleichen Gehäusetypen ist die errechnete Auslenkung aus den SPL-Frequenzgängen, die bei niedrigerer Leistung gemessen wurden, größer, als bei denen, die mit größerer Leistung gemessen wurden. Dieser Unterschied lässt sich durch nichtlineare Effekte, wie z.B. der Inhomogenität des Magnetfeldes erklären [3], [4]. Bei größeren Leistungen kommt es zu größeren Auslenkungen der Schwingspule, die den konstanten Bereich des Magnetfeldes verlässt. Weiters wird die Steifigkeit der Membranaufhängung und somit die Rückstellkraft mit steigender Auslenkung größer. Eine Auflistung der wesentlichsten Inhomogenitäten findet man in [3, S.48ff] bzw. [4, S.27ff]. Es sollte also schon im Vorhinein bedacht werden, im welchen Bereich man den Lautsprecher betreiben möchte. Die Frequenzgangmessung sollte dann im selben Bereich durchgeführt werden, um adäquate Ergebnisse zu erhalten.
- Messungen bei niedrigeren Leistungen führen zu größeren Unterschieden. Es streuen sich Fehler durch Messrauschen (vor allem bei tiefen Frequenzen der SPL-Messung) ein.

Die in Tab. 4-3 angegebenen Fehler stellen sicherlich Höchstwerte da. Durch das entwickelte Modell sind keine Fehler  $\gg 10\%$  zu erwarten. Ein wesentlicher Bestandteil in der Ermittlung eines „guten“ Modells beruht auf einem sauber gemessenen SPL-Frequenzgangs. Fehler, die in diesem Arbeitsschritt passieren, können vom Filtermodell nicht bereinigt werden. Abb. 4-18 zeigt einen Vergleich eines errechneten mit dem gemessenen Hub-Frequenzgang.



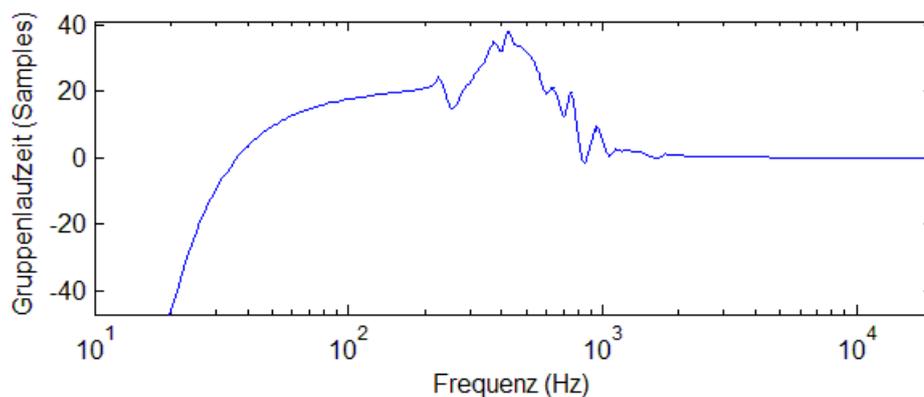
**Abb. 4-18** Vergleich des „generischen“ entwickelten Filters mit der Referenzmessung für das RA 13x11x3.5 bei Einbau in Schallwand und  $P = 100mW$

#### 4.5 Hörvergleich linear- und minimalphasiger Filtermodelle

Der Unterschied zwischen linear- und minimalphasiger Filter besteht in der resultierenden Gruppenlaufzeit. Bei linearphasigen Filtern werden alle Frequenzen um die gleiche Anzahl von Samples verzögert, wobei die Dauer der Verzögerung der halben Filterordnung  $L/2$  entspricht. Ein Minimalphasenfilter hingegen minimiert die Gruppenlaufzeit. Anders betrachtet kann auch gezeigt werden, dass Minimalphasensysteme Systeme mit minimaler Energieverzögerung sind [2, S.298].

$$\sum_{m=0}^n |h[m]|^2 \leq \sum_{m=0}^n |h_{min}[m]|^2 \quad (4.24)$$

Abb. 4-19 zeigt, dass die Gruppenlaufzeit des Minimalphasenfilters um die mechanische Resonanzfrequenz ( $f_0 = 460\text{Hz}$ ) am meisten variiert. Die Gruppenlaufzeit unter der Hörschwelle entspricht nicht der zu erwarteten, weil auf Grund der diskreten Hilbert Transformation die konstruierte Minimalphase verfälscht wird (vgl. siehe Kapitel 4.2.3) und fällt deshalb ungewöhnlich steil ab. Da in der Audiotechnik aber Frequenzen unter 20Hz für gewöhnlich nicht von Bedeutung sind, hat dieser Fehler keinen Einfluss auf das zu filternde Signal. Die Gruppenlaufzeit des entsprechenden linearphasigen Filters beträgt  $L/2$ . Zum besseren Vergleich wird nach der Faltung mit dem Anregungssignal das resultierende Signal um diese Anzahl von Samples nach vorne gerückt, um eine konstante Gruppenlaufzeit von 0 Samples zu erreichen. Die maximal Differenz der Gruppenlaufzeiten beträgt in diesem Beispiel also 38 Samples @ 430Hz. Diese Frequenz ist im Vergleich zum minimalphasigen Filter also um ein Drittel der Wellenlänge verzögert.



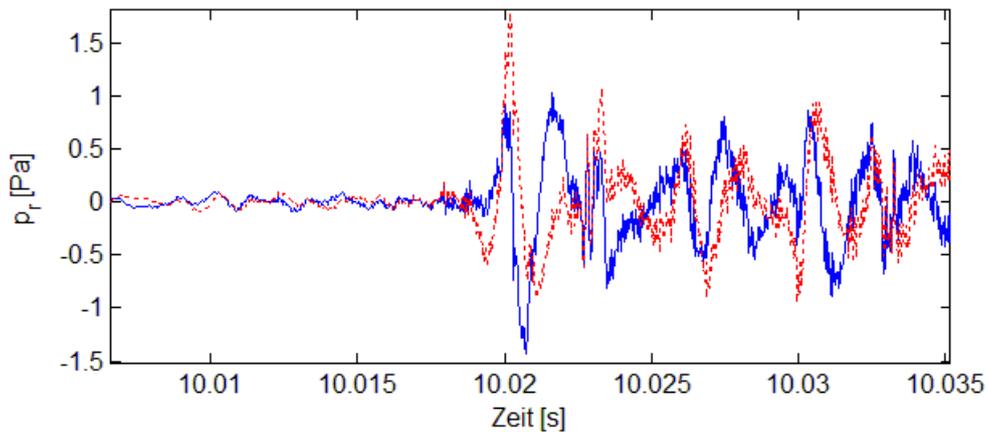
**Abb. 4-19** Gruppenlaufzeit des Schalldrucks des RA 11x15x3.5mm als Minimalphasen-Filtermodell

Auf Grund der unterschiedlichen Gruppenlaufzeiten ist bei der Faltung der Filter mit einem Anregungssignal zu erwarten, dass sich die resultierenden Kurvenformen voneinander unterscheiden. Abb. 4-20 zeigt einen Zeitausschnitt der gefalteten Signale. Die blaue Kurve beschreibt das minimalphasige Filter, die rote das linearphasige. Es sind deutliche Unterschiede erkennbar.

Von Interesse ist nun, ob sich die doch optisch stark voneinander unterscheidenden Kurven auch auf die klangliche Wahrnehmung auswirken. Dafür wurde ein kurzer subjektiver Hörvergleich unter „Büroumgebungsbedingungen“ (Hörvergleich erfolgte im Eigenheim in nicht standardisierter

#### 4 Zeitdiskretes Lautsprechermodell

akustischer Umgebung) durchgeführt. Die Frequenzgänge der in Anhang A aufgelisteten Chassis wurden jeweils als linearphasiges und minimalphasiges Filter realisiert. Danach wurden alle Soundfiles in einen Sequenzer geladen, um dort mittels der SOLO-Taste schnell zwischen den einzelnen Beispielen zu wechseln. Der Vergleich erfolgte sowohl mit Kopfhörern als auch über Lautsprecher.



**Abb. 4-20** Schalldruckverläufe nach Faltung mit dem minimalphasigen (blau) und linearphasigen (rot) Filter

Beim Abhören mit Kopfhörern konnten keine klanglichen Veränderungen festgestellt werden. Bei der Wiedergabe mit Lautsprechern wurde das Gefühl vermittelt, dass sich in den Höhen etwas verändert. Die Wahrnehmbarkeit dieser Unterschiede ist aber stark an die Aufmerksamkeit des Hörers in dem betroffenen Frequenzband gekoppelt. Möglicherweise müsste man den Versuch mit sehr guten Studiomonitoren, die einen linearen Frequenzgang aufweisen, in einer akustisch geeigneten Umgebung noch einmal versuchen, um die Ergebnisse besser differenzieren zu können. Es sei aber trotzdem noch einmal festgehalten, dass der auditive Unterschied der beiden Filtertypen nicht dramatisch ist und im Fall von einer akustisch von Störschall beeinflussten Umgebung („Büro“-, Straßenlärm, etc) nicht bemerkbar ist.

## 5 Fazit

Die Simulation der Membranauslenkung durch ein Thiele-Small Parameter gegebenes zeitdiskretes Filtermodell stellt eine gute Annäherung des wahren Hubverlaufs dar. Obwohl die Thiele-Small Parameter den SPL-Frequenzgang nur im Frequenzbereich um die mechanische Resonanzfrequenz, die am unteren Ende des Übertragungsbereiches des Lautsprechers liegt, adäquat beschreiben, kann auf Grund des Tiefpassverhaltens der Membranauslenkung trotzdem eine Aussage über den vermutlichen Hubverlauf in Abhängigkeit des an der Schwingspule anliegenden Signals getroffen werden. Da es sich aber lediglich um ein lineares Modell handelt, müssen die Aussteuergrenzen des Chassis berücksichtigt werden. Ein ermittelter Thiele-Small Parametersatz bei Kleinsignalaussteuerung ist nur für selbige gültig. Das Gleiche gilt für den Großsignalbetrieb. Verantwortlich dafür sind Inhomogenitäten des Magnetfeldes, der Steifigkeit der Membranaufhängung, usw. Diese Faktoren sind eine Funktion der Auslenkung. Die Berechnung des Schalldrucks stellt eine größere Herausforderung dar. Bei hohen Frequenzen schwingt die Lautsprechermembran nicht mehr konphas, sondern es bilden sich Partialschwingungen aus, die Schallbündelung verursachen. Dabei handelt es sich um dynamische Vorgänge, für die es keine analytische Lösung gibt und die somit vom einfachen linearen Modell nicht berücksichtigt werden. Das in dieser Arbeit hergeleitete TSP-Filter ist unzulänglich in Bezug auf Schallabstrahlung hoher Frequenzen. Lediglich für Hochtonchassis ist eine annähernd zufriedenstellende Approximation möglich.

Die Bestimmung eines generischen Filters zur Membranhub-Berechnung aus der Vorgabe eines SPL-Frequenzgangs erweist sich als eine zweite durchaus brauchbare Variante. Wieder liegt die Begründung im Tiefpasscharakter des Hubs. Dadurch werden Fehler, die z.B. bei der Minimalphasenkonstruktion entstehen können, „ausgeblendet“. Die Voraussetzung für eine wahrheitsgemäße Berechnung ist jedoch ein „sauber“ gemessener Frequenzgang als Vorgabe. Es hat sich auch gezeigt, dass das Glätten des SPL-Frequenzgangs mit einem 1/N-Oktavfilter Fluktuationen der Gruppenlaufzeit minimiert. Der Vergleich der Ergebnisse der beiden Filtermodelle mit denen einer Laserdistanz-Referenzmessung ergab keine großen Unterschiede. Der Maximalhub wird mit einer Genauigkeit von <10% berechnet, wobei dieser Wert einen absoluten Höchstwert darstellt.

Der inverse Ansatz aus einem Membranhub-Frequenzgang den SPL-Frequenzgang zu bestimmen versagt auf Grund der Schallbündelung bei hohen Frequenzen. Eine Ausnahme bilden Hochtöner, bei denen sich Partialschwingungen, bedingt durch ihre kleinen geometrischen Abmessungen, erst ab einer Frequenz außerhalb des Hörfrequenzbereichs ausbilden. Um auch für Tief- und Mitteltonchassis akkurate Ergebnisse zu erhalten, müsste man das Filterkonzept verwerfen und mit einer Finiten Elemente Methode (FEM) die physikalischen Gegebenheiten nachmodellieren.

## 6 Literaturverzeichnis

- [1] WESELAK, Werner; GRABER Gerhard: *Skript zur Vorlesung "Elektroakustik" von Graber, Gerhard*; TU Graz, Version 8.3 2008
- [2] OPPENHEIM, Alan V.; Schafer, Ronald W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. 3.Auflage R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1999. – ISBN 3-486-24145-1
- [3] BRIGTH, Andrew: *Active Control of Loudspeakers: An Investigation of Practical Applications*. Ph.D.-Thesis, Ørsted DTU, Acoustic Technology, Technical University of Denmark, Building 352, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark, 2002
- [4] RUNE ANDERSEN, Martin: *Compensation of Nonlinearities in Transducers*. M.Sc.-Thesis, Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Building 321, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark, 2005
- [5] MÜLLER, Swen: *Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher*. Doktorarbeit, Fakultät für Elektrotechnik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Deutschland 1999
- [6] MEYER, Martin: *Signalverarbeitung: Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. 5.Auflage Vieweg+Teubner | GWV Fachverlag GmbH, Wiesbaden 2009. – ISBN 978-3-8348-0494-5
- [7] GRÜNBACHER, Herbert: *Skript zur Vorlesung „Signalprozessoren“ von Grünbacher, Herbert*; TU Wien, 2010
- [8] HUMPHRY, L. H.; LANGLEY R.S.: *Predicting shock response in uncertain structures using Hybrid method*. J. Phys.: Conf. Ser. **181** 012005, 2009
- [9] ARTA – APPLICATION NOTE: *No 4: Ermittlung des Freifeld-Frequenzgangs von Lautsprechern*
- [10] [http://www.visaton.de/de/car\\_hifi/tiefton/gf200\\_2x4.html](http://www.visaton.de/de/car_hifi/tiefton/gf200_2x4.html), Datenblatt des Tiefton-Chassis GF200 der Firma Visaton
- [11] <http://www.hifisound.de/oxid/index.php?lang=0>, Datenblatt des Mittelton-Chassis 5M30 der Firma Beyma
- [12] [http://www.europe-audio.com/Product.asp?Product\\_ID=2813](http://www.europe-audio.com/Product.asp?Product_ID=2813), Datenblatt des Hochton-Chassis M122 der Firma Peerless
- [13] THE MATHWORKS, INC.: *MATLAB Help: Version 7.5.0.342 (R2007b)*

## Anhang A Liste der Thiele-Small Parameter

	Visaton GF200	Beyma 5M30	Peerless M122	RA 13x11x3.5mm
$f_0$ [Hz]	31	85	530	459
$M_{ms}$ [g]	25.0	8.0	5.73	0.08
$C_{ms}$ [mm/N]	1.064	0.44	0.02	1.5
$R_{ms}$ [kg/s]	0.672983	1.57	17.83	0.08
$R_e$ [ $\Omega$ ]	5.8	6.5	6.2	7.2
$L_e$ [mH]	1.3	0.5	0.3	0.046
$Bl$ [Tm]	9.2	6.4	7.4	0.86
$Q_{es}$	0.37	0.8	2.16	-
$Q_{ms}$	4.12	2.72	1.07	-
$Q_{ts}$	0.34	0.61	0.72	-
$S_d$ [cm <sup>2</sup> ]	214	90	72	1.15

## Anhang B Implementierte Matlab-Funktionen

### *xd\_lsp.m*

<b>Beschreibung</b>	Berechnung der IIR-Filterkoeffizienten für den Membranhubfrequenzgang eines durch Thiele-Small Parameter gegebenen Lautsprechers. Die Übertragungsfunktion $X_d(z)/U_c(z)$ des Filters ist auf <i>1Volt</i> normiert.	
<b>Output</b>	<i>b_xd</i>	Zählerkoeffizienten des Filters
	<i>a_xd</i>	Nennerkoeffizienten des Filters
<b>Input</b>	<i>M_ms</i>	Gesamt bewegte Masse [kg]
	<i>C_ms</i>	Mechanische Nachgiebigkeit [m/N]
	<i>R_ms</i>	Mechanischer Widerstand [kg/s]
	<i>Re</i>	Gleichstromwiderstand [ $\Omega$ ]
	<i>Le</i>	Schwingspuleninduktivität [H]
	<i>Bl</i>	Wandlerkonstante [Tm]
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)

### *ic\_lsp.m*

<b>Beschreibung</b>	Berechnung der IIR-Filterkoeffizienten für den Schwingspulenstrom-Frequenzgang eines durch Thiele-Small Parameter gegebenen Lautsprechers. Die Übertragungsfunktion $I_c(z)/U_c(z)$ des Filters ist auf <i>1Volt</i> normiert.	
<b>Output</b>	<i>b_ic</i>	Zählerkoeffizienten des Filters
	<i>a_ic</i>	Nennerkoeffizienten des Filters
<b>Input</b>	<i>M_ms</i>	Gesamt bewegte Masse [kg]
	<i>C_ms</i>	Mechanische Nachgiebigkeit [m/N]
	<i>R_ms</i>	Mechanischer Widerstand [kg/s]
	<i>Re</i>	Gleichstromwiderstand [ $\Omega$ ]
	<i>Le</i>	Schwingspuleninduktivität [H]
	<i>Bl</i>	Wandlerkonstante [Tm]
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)

### *pr\_lsp.m*

<b>Beschreibung</b>	Berechnung der IIR-Filterkoeffizienten für den Schalldruck-Frequenzgang in <i>r</i> Metern Entfernung eines durch Thiele-Small Parameter gegebenen Lautsprechers. Die Übertragungsfunktion $P_r(z)/U_c(z)$ des Filters ist auf <i>1Volt</i> normiert.	
<b>Output</b>	<i>b_pr</i>	Zählerkoeffizienten des Filters
	<i>a_pr</i>	Nennerkoeffizienten des Filters
<b>Input</b>	<i>M_ms</i>	Gesamt bewegte Masse [kg]
	<i>C_ms</i>	Mechanische Nachgiebigkeit [m/N]
	<i>R_ms</i>	Mechanischer Widerstand [kg/s]
	<i>Re</i>	Gleichstromwiderstand [ $\Omega$ ]
	<i>Le</i>	Schwingspuleninduktivität [H]
	<i>Bl</i>	Wandlerkonstante [Tm]
	<i>r</i>	Entfernung auf Achse vom Schallentstehungsort [m]
	<i>Sd</i>	Membranfläche [m <sup>2</sup> ]
	<i>'radiation_opt'</i>	Akustische Abstrahlung: Hallraum '2pi' oder Vollraum '4pi'
	<i>ro</i>	Luftdichte [kg/m <sup>3</sup> ]; (default: 1.204 @ 20°C)
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)

**spl2xd\_lin.m, spl2xd\_min.m**

<b>Beschreibung</b>	Berechnung der linear- bzw. minimalphasigen FIR-Filterkoeffizienten für den Schalldruck- und Membranhub-Frequenzgang (in $r$ Metern Entfernung) aus einer vorgegebenen SPL-Frequenzgangmessung. Die Übertragungsfunktionen $P_r(z)/U_c(z)$ bzw. $X_d(z)/U_c(z)$ der Filter sind auf $Pa/Volt$ bzw. $m/Volt$ normiert.	
<b>Output</b>	$b_{pr}$	FIR-Filterkoeffizienten des Schalldruck-Frequenzgangs
	$b_x$	FIR-Filterkoeffizienten des Membranhub-Frequenzgangs
<b>Input</b>	'filename'	Dateiname der Excel-Mappe mit den SPL-Messdaten
	$r$	Entfernung des Messmikrofons vom Lautsprecher auf Achse [m]
	$S_d$	Membranfläche [m <sup>2</sup> ]
	$uc$	Angelegte Schwingspulenspannung bei der SPL-Frequenzgangmessung; (default: 1V)
	$Noct$	1/Noct-Oktavglättung des vorgegeben SPL-Frequenzgangs; (default=0 => keine Glättung)
	'extrapol'	Abfall der Flanken des Schalldrucks bei tiefen und hohen Frequenzen {low_freq, high_freq} [dB/Dek]; (default: 'auto') 'auto' bedeutet eine automatisierte Berechnung des Abfalls innerhalb des ersten und letzten Sekundbandes
	$d_{baffle}$	Kleinste Dimension des Baffle [m]; (default=0 => half-field radiation)
	$order$	Filterordnung; (default: Nfft/2)
	$Nfft$	Länge der DFT/FFT; (default: 32768)
	$ro$	Luftdichte [kg/m <sup>3</sup> ]; (default: 1.204 @ 20°C)
	$fs$	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)

**xd2spl\_lin.m, xd2spl\_min.m**

<b>Beschreibung</b>	Berechnung der linear- bzw. minimalphasigen FIR-Filterkoeffizienten für den Schalldruck- und Membranhub-Frequenzgang (in $r$ Metern Entfernung) aus einer vorgegebenen Membranhub-Frequenzgangmessung. Die Übertragungsfunktionen $P_r(z)/U_c(z)$ bzw. $X_d(z)/U_c(z)$ der Filter sind auf $Pa/Volt$ bzw. $m/Volt$ normiert.	
<b>Output</b>	$b_{pr}$	FIR-Filterkoeffizienten des Schalldruck-Frequenzgangs
	$b_x$	FIR-Filterkoeffizienten des Membranhub-Frequenzgangs
<b>Input</b>	'filename'	Dateiname der Excel-Mappe mit den Membranhub-Messdaten
	$r$	Entfernung auf Achse vom Schallentstehungsort [m]
	$S_d$	Membranfläche [m <sup>2</sup> ]
	$Noct$	1/Noct-Oktavglättung des vorgegeben Membranhub-Frequenzgangs; (default=0 => keine Glättung)
	'extrapol'	Abfall der Flanke der Auslenkung bei hohen Frequenzen [dB/Dek]; (default: 'auto') 'auto' bedeutet eine automatisierte Berechnung des Abfalls innerhalb des letzten Sekundbandes
	$d_{baffle}$	Kleinste Dimension des Baffle [m]; (default=0 => half-field radiation)
	$order$	Filterordnung; (default: Nfft/2)
	$Nfft$	Länge der DFT/FFT; (default: 32768)
	$ro$	Luftdichte [kg/m <sup>3</sup> ]; (default: 1.204 @ 20°C)
	$fs$	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)

***baffle\_eq.m***

<b>Beschreibung</b>	Baffle Step Equalizer: Berücksichtigt die Beugung tiefer Frequenzen um das Lautsprechergehäuse	
<b>Output</b>	<i>baffle</i>	Baffle Step Equalizer Frequenzgang
<b>Input</b>	<i>d_baffle</i>	Kleinste Dimension des Baffle [m]
	<i>Nfft</i>	Länge der DFT/FFT
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]

***oct\_smooth.m***

<b>Beschreibung</b>	1/Noct-Oktavglättung eines vorgegebenen Frequenzgangs	
<b>Output</b>	<i>y</i>	Geglätteter Ausgang (Spaltenvektor)
	<i>freq_smooth</i>	korrespondierender Frequenzvektor
<b>Input</b>	<i>x</i>	Zu glättender Frequenzgang (Spaltenvektor)
	<i>freq</i>	korrespondierender Frequenzvektor
	<i>Noct</i>	1/Noct-Oktavglättung; (default=0 => keine Glättung)

***minph.m***

<b>Beschreibung</b>	Konstruktion eines minimalphasigen Filters aus einem nicht minimalphasigen	
<b>Output</b>	<i>h_min</i>	Minimalphasige Impulsantwort
	<i>H_min</i>	Minimalphasiger Frequenzgang
<b>Input</b>	<i>h</i>	Impulsantwort des Filters

***extrap\_spl.m***

<b>Beschreibung</b>	Extra- und Interpolation des SPL-Frequenzgangs im Intervall $[0; f_s/2]$	
<b>Output</b>	<i>y</i>	extrapolierter SPL-Frequenzgang
<b>Input</b>	<i>x</i>	SPL-Frequenzgang
	<i>f</i>	korrespondierender Frequenzvektor
	<i>'extrapol'</i>	Abfall der Flanken des Schalldrucks bei tiefen und hohen Frequenzen {low_freq, high_freq} [dB/Dek]; (default: 'auto') 'auto' bedeutet eine automatisierte Berechnung des Abfalls innerhalb des ersten und letzten Sekundbandes
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)
	<i>Nfft</i>	Länge der DFT/FFT; (default: 32768)

***extrap\_x.m***

<b>Beschreibung</b>	Extra- und Interpolation des Membranhub-Frequenzgangs im Intervall $[0; f_s/2]$	
<b>Output</b>	<i>y</i>	extrapolierter Membranhub-Frequenzgang
<b>Input</b>	<i>x</i>	Membranhub-Frequenzgang
	<i>f</i>	korrespondierender Frequenzvektor
	<i>'extrapol'</i>	Abfall der Flanke der Auslenkung bei hohen Frequenzen [dB/Dek]; (default: 'auto') 'auto' bedeutet eine automatisierte Berechnung des Abfalls innerhalb des letzten Sekundbandes
	<i>fs</i>	Samplingfrequenz [Hz]; (default: 44100)
	<i>Nfft</i>	Länge der DFT/FFT; (default: 32768)